

CONVERGENTIE

- (X, τ) IS EEN TOPOLOGISCHE RUIMTE
- EEN RIJ $(x_n)_n$ IN X IS CONVERGENT, MET LIMIEF x ALS VOOR ELKE $O \in \tau$ MET $x \in O$ EEN $N \in \mathbb{N}$ BESTAAT ZODAT $x_n \in O$ VOOR ALLE $n \geq N$.
- BEKEND IN \mathbb{R} EN ANDERE METRISCHE RUIMTEN EN EQUIVALENT MET $(\forall \epsilon > 0) (\exists N \in \mathbb{N}) (\forall n \geq N \rightarrow d(x_n, x) < \epsilon)$

OPGAVE

- IN $(\mathbb{N}, \tau_{\text{co}}$) GELDT DAT DE RIJ $(n)_n$ NAAR ELK PUNT CONVERGEERT.
- ALS $(x_n)_n$ EEN RIJ IN \mathbb{R} IS EN CONVERGEERT NAAR x DAN $x \in \overline{A}$.
- IN $(\mathbb{R}, \tau_{\text{co}}$) GELDT $0 \in \overline{(0,1)}$ MAAR ER IS GEEN RIJ IN $(0,1)$ DIE NAAR 0 CONVERGEERT.

CONTINUÏTEIT

GEGEVEN TWEE RUIMTEN (X, τ_1) EN (Y, τ_2) .
 EN $f: X \rightarrow Y$ EEN AFBEELDING
 f IS CONTINUÏN IN $x \in X$ ALS
 VOOR ELKE OMGEVING V VAN $f(x)$
 EEN OMGEVING U VAN x BESTAAT MET $f[U] \subseteq V$.

EQUIVALENT ZIJN

- VOOR ELKE OMGEVING V VAN $f(x)$ IS $f^{-1}[V]$ EEN OMGEVING VAN x
- VOOR ELKE OPEN OMGEVING V VAN $f(x)$ IS ER EEN OPEN OMGEVING U VAN x MET $f[U] \subseteq V$.
- ALS β EEN LOKALE BASIS IN X IS EN C EEN EEN IN $f(x)$ DAN $(\forall C \in \beta) (\exists B \in \beta) (f[B] \subseteq C)$
- ALS $x \in \overline{A}$ DAN $f(x) \in \overline{f[A]}$ VOOR ELKE $A \subseteq X$.

WE BEGRIJPEN DAT $f: X \rightarrow Y$ CONTINUÛP OP X IS
ALS f CONTINUÛP IS IN ELK PUNT VAN X

EQUIVALENT ZIJN

- VOOR ELKE $O \in \mathcal{O}_2$ GELDT $f^{-1}[O] \in \mathcal{O}_1$
- VOOR ELKE GESLOTEN DEELVERzamMING F VAN Y GELDT $f^{-1}[F]$ IS GESLOTEN
- VOOR ELKE $A \subseteq X$ GELDT $f[A] \subseteq f[\bar{A}]$

OPGAVE 2 [BASIS EN SUBBASIS]

LAAT \mathcal{B} EEN BASIS VOOR \mathcal{O}_2 ZIJN EN
 \mathcal{S} EEN SUBBASIS

EQUIVALENT ZIJN

- 1) f IS CONTINUÛP
- 2) VOOR ELKE $B \in \mathcal{B}$ GELDT $f^{-1}[B] \in \mathcal{O}_1$
- 3) VOOR ELKE $S \in \mathcal{S}$ GELDT $f^{-1}[S] \in \mathcal{O}_1$

VOORBEELD - ENTIERFUNCTIE -- DIVERSE TOPOLOGIÛN

- $\chi_A: X \rightarrow S$ CONTINUÛP WAT ZEGT DAT

$f: X \rightarrow Y$ IS
OPEN ALS $f[O]$ OPEN IS VOOR ELKE OPEN O
GESLOTEN ALS $f[F]$ GESLOTEN IS VOOR ELKE GESLOTEN F

$X = \mathbb{R}^2, Y = \mathbb{R} \quad f(x,y) = x$ CONTINUÛP, OPEN, NIET GESLOTEN

$X = [0,1]^2, Y = [0,1] \quad f(x,y) = \frac{1}{2}(x+y)$ CONTINUÛP, OPEN, GESLOTEN

$X = [0,1], Y = S^1, \quad f(x) = e^{2\pi i x}$ CONTINUÛP, NIET OPEN, GESLOTEN

$X = \{0,1\}$ DISCRET, $Y = [0,1]$ INDISCRET $f(x) = x$
 f IS CONTINUÛP, NIET OPEN, NIET GESLOTEN.

HOMEOMORFISME:

BIJECTIE, CONTINU, INVERSE CONTINU.

QUOTIENTAFBEELDINGEN.

$f: X \rightarrow Y$ EEN AFBEELDING

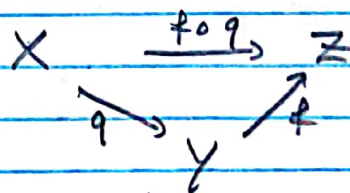
- $\{O\} : O \in Y$ EN $f^{-1}[O] \in \mathcal{Z}_f$ IS EEN TOPOLOGIE NOTATIE \mathcal{Z}_f
- DAN f CONTINU DESDA $\mathcal{Z}_f \in \mathcal{Z}_f$

ALS $\mathcal{Z}_f = \mathcal{Z}_f$ DAN HEET f EEN QUOTIENTAFBEELDING.

EQUIVALENTIEN

- f IS EEN QUOTIENTAFBEELDING
- $F \in Y$ IS GESLOTEN DESDA $f^{-1}(F)$ IS GESLOTEN
- f CONTINU EN OPEN $\rightarrow f$ IS QUOTIENT
- f CONTINU EN GESLOTEN $\rightarrow f$ IS QUOTIENT

BEWAAKRYK



ALS $q: X \rightarrow Y$ QUOTIENT IS DAN f IS CONTINU DESDA $f \circ q$ IS CONTINU.