

Wiskunde in De Nationale Wetenschapsagenda

(wiskwa.tex: 04-01-2016/12:02:29)

Op 27 november 2015 werd de Nationale Wetenschapsagenda gepresenteerd aan de minister en staatssecretaris van OCW en de minister van Economische Zaken. Dit artikel gaat over een aantal wiskundige vragen die gesteld zijn.

1. Inleiding

In april 2015 kon iedereen via de website vragen.wetenschapsagenda.nl vragen indienen die al dan niet opgenomen zouden worden in wat *De Nationale Wetenschapsagenda* zou gaan heten. Dat document is eind november 2015 gepubliceerd. Uit het voorwoord:

De Wetenschapsagenda beoogt de Nederlandse wetenschap beter toe te rusten om antwoorden te vinden op de grote uitdagingen van deze tijd en noodzakelijke transitities in bijvoorbeeld energiegebruik, gezondheidszorg, de ontwikkeling van onze samenleving en democratische rechtstaat, veiligheid en mondiale voedselzekerheid teweeg te brengen. [...] De Wetenschapsagenda wil prikkelen en aanzetten tot het smeden van wellicht ongebruikelijke allianties en tot het verkennen van onvermoede samenhang.

Hoe dat uit gaat werken zal de tijd ons leren.

In de agenda staan 140 zogeheten clustervragen, die elk een aantal ingediende vragen samenbinden. Alleen clustervraag 125 heeft een echt wiskundige inhoud: “Welke symmetrieën schuilen er onder priemgetallen en hoe kan de wiskundige getaltheorie bijdragen aan natuurkundige theorievorming?” De toelichting spreekt van de Langlands-vermoedens, en de ‘zwaarste’ individuele vraag in dit cluster gaat daar over en is door leden van het cluster GQT ingebracht.

Daarnaast zijn er veel vragen waar indirect naar wiskundige inbreng wordt gevraagd, bijvoorbeeld: “Kun je wiskundige modellen gebruiken om de werking van medicijnen te beschrijven?” Op de digitale versie van de

agenda, vragen.wetenschapsagenda.nl, kunt U naar hartelust grasduinen.

Uit het bovenstaande moet niet afgeleid worden dat er geen vragen aan de Wiskunde zijn gesteld. Als U gaat zoeken op trefwoorden als ‘wiskunde’, ‘logica’, ‘oneindig’, ..., dan komt U zeker vragen tegen met een wiskundige inhoud. Daar zitten welbekende vragen onder, zoals het Priemtweelingenvermoeden en het Handelsreizigerprobleem, maar deze hebben het niet tot het definitieve boekwerk geschopt. En dat hoeft ook niet, zou je zeggen, want die staan al continu in de belangstelling. Ze zijn wel bij clustervragen ondergebracht, het Priemtweelingenvermoeden bijvoorbeeld bij bovengenoemde clustervraag 125.

In dit stuk wil ik het hebben over de vragen die vooral een wiskundige inhoud hebben en wat wij uit het feit dat juist die vragen gesteld zijn kunnen leren.



2. Een blog

Ik moet bekennen dat de Wetenschapsagenda in het begin grotendeels aan mij voorbij is gegaan, ik wist van het bestaan maar besteedde er niet veel aandacht aan. Nadat ik op sciencepalooza.nl wat antwoorden op vragen had gezien ben ik op de site in de vragen gaan bladeren om te

zien wat men van de Wiskunde wilde weten. Daar zaten zoveel vragen bij die al een antwoord hebben dat ik die ben gaan beantwoorden op wiskwa.tumblr.com.

3. De aard en kwaliteit van de vragen

Zoals gezegd kun je op de website naar wiskundige termen zoeken, maar je kunt ook tekstbestanden downloaden en daar in een editor in gaan zitten lezen (de csv-versie van het file met daarin alle vragen is ongeveer 13.8 MB groot). Op die manier heb ik ruim vijftig vragen met een wiskundige inhoud gevonden die al lang een antwoord hadden of die wel wat commentaar konden gebruiken. De toelichting bij het Priemtweelingvermoeden op de website luidt bijvoorbeeld

“Mijn vader zocht zijn hele leven naar een antwoord . . .”

De aard van die vragen loopt nogal uiteen. Een kleine keuze uit wat op wiskwa.tumblr.com behandeld is:

- Is $0,999\dots$ gelijk aan 1?
- Waarom verdelen we een rechte hoek niet in 96 eenheden?
- Diverse (elementaire) vragen over π en cirkels; waarom is π niet rationaal?
- De status van 0, als getal, als al dan niet eerste natuurlijk getal, . . .
- Diverse vragen over ‘oneindig’: wat is het, hoe ziet het er uit, de paradoxen van Zeno, . . .
- Wat zijn getallen?
- Is 3,80001423318621 een bijzonder getal in het Lotka-Volterra-model?
- Moet er onderzoek gedaan worden naar het = teken omdat zijn rol misschien wel veel genuanceerder ligt dan waar nu vanuit gegaan wordt?

Als er één conclusie is die ik zou durven trekken uit de vragen die ik gevonden en behandeld heb, dan is het wel dat er een grote kloof gaapt tussen wat wij (de professionele wiskundigen bedoel ik) weten en niet weten, en wat anderen denken dat wij weten en niet weten.

Sommige vragen vertegenwoordigen stations die al lang geleden gepasseerd zijn: meetkundige reeksen laten zien dat $0,999\dots = 1$, en dat er, wiskundig gesproken, weinig paradoxaals is aan de paradoxen van Zeno.

Andere vragen zijn vaak te beantwoorden met variaties op: “zo zijn de definities nu eenmaal”. Dat het wentelli chaam van $y = \frac{1}{x}$ wel gevuld kan worden maar niet geschilderd komt door onze definities van inhoud en oppervlakte, en volgt door deze consequent toe te passen. Idem voor de vraag waarom π niet rationaal is.

Er waren relatief veel vragen over ‘het oneindige’. Gek genoeg waren er eigenlijk geen vragen over ‘het eindige’, hoewel die twee volgens Van Dale elkaars antoniemen zijn en de definitie van ‘oneindig’ eigenlijk neerkomt op ‘niet eindig’.

4. Wat heb ik geleerd?

Wat ook opviel was dat de vragen meestal niet over de ‘standaard’ gepopulariseerde wiskunde gingen, en als ze er al over gingen, over π bijvoorbeeld, dan lieten ze zien dat niet duidelijk is dat met precieze definities al heel wat verholpen kan worden.

Het lijkt er op dat we bij het naar buiten brengen van de leuke, mooie, interessante, . . . , aspecten van de wiskunde niet moeten nalaten op gezette tijden te laten weten dat we het hebben over zaken die we van een strenge definitie hebben voorzien.

Als een wiskundige het over π heeft dan heeft zij het niet over de verhouding tussen omtrek en middellijn van een cirkel maar over het eerste positieve nulpunt van de sinus-functie, en de *analytische definitie*¹ van $\sin x$ heeft niets met hoeken te maken. Nadat ‘lengte van kromme’ netjes gedefinieerd is, en is vastgesteld dat $t \mapsto (\cos t, \sin t)$ een parametrizing van de eenheidscirkel geeft, kunnen we *bewijzen* dat de lengte van een halve (eenheids)cirkelboog gelijk is aan dat eerste positieve nulpunt van $\sin x$.

Als een wiskundige het over ‘oneindig’ heeft, in de zin van aantal elementen of als het symbool ∞ in de Analyse, dan zijn daar strakke afspraken over gemaakt, die bij de popularisering vaak uit het oog worden verloren en waardoor de niet-wiskundige wel eens op een verkeerd spoor wordt gezet.

In mijn blogposts heb ik het belang van definities vaak onderstreept en de antwoorden volgden dan het stramien: we hebben . . . zo gedefinieerd en als we uitgaande van die definities gaan redeneren dan is het resultaat . . .

Een collega merkte op dat ik daar wel wat streng klonk. Dat klopt en het weerspiegelt mijn mening dat als iemand een onderzoeksvraag met puur wiskundige inhoud wil stellen dat op onze voorwaarden moet gebeuren. Met “op onze voorwaarden” bedoel ik: graag in termen van de definities die wij gebruiken en niet via een half-begrepen intuïtieve verklaring.

Ik pleit ervoor dat we bij popularisering regelmatig duidelijk maken wat onze definities zijn. In die geest heb ik het blog uitgebreid met een paar van die ‘officiële’ definities; U kunt er enige stukjes vinden over eindig en oneindig, wat π is en een schets van een irrationaliteitsbewijs, en ook de verzameltheoretische opbouw van de natuurlijke getallen.

5. Andere zaken

Aantal en kwaliteit. Het aantal ingediende vragen was 11.656 (vermeld bij de aanbidding), in de communicatie naar buiten veelal afgerond op 11.700 of ook wel “bijna 12.000”. Men had op drie- à vierduizend gerekend en was dus blij verrast met dit grote aantal. Aan de andere kant, zoals ook door anderen opgemerkt: minder dan één op de duizend Nederlanders heeft kennelijk de moeite

¹Ik ken zeker drie analytische definities van $\sin x$; geen van die drie noemt hoeken.

genomen een vraag te stellen. Men kan ook andere sommetjes doen en, bijvoorbeeld, met zekerheid concluderen dat zo'n achtduizend studenten aan de TU Delft geen vraag hebben ingediend.

Wat ook niet geheel duidelijk is, is hoeveel van de ingediende vragen daadwerkelijk hout snijden. Ik heb een handvol vragen gevonden met niet-triviale wiskundige inhoud, en bij elkaar ruim vijftig echt wiskundig klinkende vragen. Als we dit ongestraft zouden mogen extrapoleren naar de hele verzameling zouden we op rond de tien procent 'echte' vragen uitkomen. De gepubliceerde agenda spreekt zich hier niet over uit.

Huiskamercolleges. Rond de agenda zijn diverse activiteiten georganiseerd, waaronder een achttal huiskamercolleges bij vraagstellers thuis. Daar heb ik er ook een van verzorgd en wel voor de stellers van de volgende vraag (ondergebracht bij clustervraag 125):

Sudoku 9x9

9 rijen, 9 kolommen en de 9 vierkanten bevatten de cijfers 1 tot en met 9. Opgaven over 9x9 sudokus bevatten een aantal cijfers. Hoeveel cijfers zijn minimaal nodig om een unieke oplossing te kunnen vinden?

Het antwoord op de vraag is: zeventien. Dat is in januari 2012 in Dublin vastgesteld na een jaar gecomputeriseerd zoeken. Tijdens het college, meer een goed gesprek, werd duidelijk dat dit eigenlijk niet de vraag was. Bij het met de hand in elkaar zetten van een Sudoku stuiten de vraagstellers op problemen die alleen met behulp van een computerprogramma op te lossen waren. De eigenlijke vraag was: "Is er niet een formule die in één klap vertelt wat in een bepaald vakje gezet zou moeten worden en welke vakje nog leeg gemaakt kunnen worden met behoud van uniciteit van de oplossing?" Mijn antwoord: die formule hebt U al gemaakt, dat is dat computerprogramma. En, helaas, het invullen en uitwerken van die 'formule' kost iedere keer weer vrij veel tijd.

Dit illustreert overigens wel hoe we, wellicht, zinvollere vragen uit de samenleving los kunnen weken: ontmoetingen organiseren waarbij doorgevraagd kan worden naar de achtergrond van de vragen die men voor de wetenschap heeft. De RijksUniversiteit Groningen heeft in 2014, bij het 400-jarig bestaan, iets dergelijks gedaan. Op 400 vragen uit een soort Wetenschapsagenda avant la lettre werden, uiteraard, 400 antwoorden gegeven². Hierbij is bij diverse vragen dóórgevraagd, waardoor duidelijk werd wat er eigenlijk gevraagd werd en hoe het antwoord het best geformuleerd kon worden.

Geek Girl Authority. Ik heb het blog in het Engels vertaald om mijn buitenlandse Facebook- en twittervrienden van dienst te zijn — die kregen de posts te zien omdat tumblr ze automatisch op de genoemde gremia aankondigde. Dat leverde een interessante reactie op: de website Geek

Girl Authority (www.geekgirlauthority.com) zet tweemaal per week een post, uit de Engelse versie natuurlijk, op de eigen pagina's en met een eigen vormgeving. Wat mij verbaasde was dat ook de drie posts over de constructie van de natuurlijke getallen werden opgenomen. In de weken voor de kerst zelfs de vijf stukjes waarin wat over aftelbaarheid en overaftelbaarheid werd verteld, inclusief de overaftelbaarheid van $\mathbb{R}$.

Desgevraagd vertelde de beheerder een en ander over de beweegredenen en de resultaten. Over het opnemen zelf: de onderwerpen in de vragen spraken aan, juist omdat ze van 'gewone' belangstellenden afkomstig waren. De (schijnbaar) eenvoudige vraag 'Wat is een natuurlijk getal' intrigeert en dat maakt hem 'klikbaar', de historische informatie hielp ook. De reacties zijn positief; bezoekers van de website begonnen naar de posts uit te kijken. Meest bezocht: 'Natural numbers', 'Right angle', 'Prime numbers', 'Pi', 'Infinity'.



Ten slotte. In oktober³ werd bekend dat de universiteiten 87 miljoen aan agenda-gerelateerd onderzoek moeten gaan besteden. Ik heb alvast aan ons CvB gevraagd 300.000 Euro aan mijn afdeling over te maken, dat zijn die vijftig beantwoorde vragen ongeveer waard.

²http://rug400.nl/rug400-2/rug_definitief.dev/nl/400-antwoorden.page

³<http://delta.tudelft.nl/artikel/nationale-wetenschapsagenda-kost-87-miljoen-euro/30579>