

Index

- AC**, 160
AC^m, 168
AC_m, 168
 \aleph_0 , 80, 153
 \aleph_1 , 156
 $\aleph(X)$, Hartogs' aleph, 158
 \forall , voor alle, 3, 171
 $\langle a_n \rangle_n$, oneindige rij, 30
 $|A|$, kardinaliteit
 ongedefinieerd, 62
 cf ν , cofinaliteit, 153
 χ_X , karakteristieke functie, 36
 c , kardinaliteit van \mathbb{R} , 92, 130–135
DC, Dependent Choices, 167
 \subseteq , deelverzameling, 4
 \Leftrightarrow , dan en slechts dan als, 3, 172
 \cap , doorsnede van een familie, 33
 \cap , doorsnede van twee verzamelingen, 6
 \in , is element van, 2, 171
 \wedge , en, 3, 172
 \exists , er is, 5, 172
 $\exists!$, er is precies één, 145, 172
 $[x]$, entier, 53
 f^{-1} , inverse afbeelding, 28
 f^{\leftarrow} , volledig origineel, 35
fn, eindige deelverzamelingen van \mathbb{N} , 85
 $=$, is gelijk aan, 2, 171
 id_A , identieke afbeelding, 27
 \Rightarrow , impliceert, 4, 171
 $\text{inj}(X, Y)$, injectieve afbeeldingen, 109
 $|A| = |B|$, 62
 $|A| < |B|$, 64
 $|A| \leq |B|$, 64
 \emptyset , lege verzameling, 4, 176
 \mapsto , van punt naar beeld, 24
 \mathbb{N} , 16, 147
 $n!$, n -faculteit, 112
 $\binom{n}{k}$, 109
 \neg , negatie, 7, 171
 \notin , 172
 \neq , 172
 \vee , of, 4, 172
 ω , 147
 ω_1 , 156
 $\alpha \rightarrow (\beta)_n^m$, partitierelatie, 123
 $\text{per}(X)$, permutaties van X , 109
 \mathbb{Q} , 178
 \mathbb{R} , 178
 $\left\{ \binom{n}{k} \right\}$, Stirlinggetal van de tweede soort,
 113
 $\left[\binom{n}{k} \right]$, aantal surjecties, 113, 120
 Δ , symmetrisch verschil van twee
 verzamelingen, 6
 \cup , vereniging van een familie, 33
 \cup , vereniging van twee verzamelingen, 5
 \setminus , verschil, 6
WAC, 168
 \triangleleft , welorde van de paren ordinaalgetallen,
 154
 $[X]^{\leq n}$, 109
 $[X]^{< n}$, 109
 $[X]^n$, 109
 \mathbb{Z} , 177
 aantal elementen
 ongedefinieerd, 62
 van een eindige verzameling, 73
AC, Keuzeaxioma, 160
 afbeelding, 22–30
 beperking, 29
 bereik, 24
 bijectief, 28, 62
 codomein, 24
 domein, 24
 identiek, 27
 injectief, 27, 64
 inverse, 27
 karakteristieke functie, 36

- rij, 29
- samengesteld, 25
- stijgend, 51
- surjectief, 28
- waardenverzameling, 24
- afleidingsregel
 - Generalisatie, 174
 - Modus Ponens, 174
- afscheidingsaxioma, 4, 5
- aftelbare verzameling, 80
 - aftelbare vereniging, 84
 - algebraïschegetallen, 92
 - eindige rijtjes natuurlijke getallen, 85
 - fn*, 85
 - gehele getallen, 82
 - karakterisering, 81
 - product, 84
 - rationale getallen, 81, 84
 - vereniging, 84
 - voorbeelden, 88–89
- afrekenen van reële getallen, 13
- alfabet, 114, 127
- algebraïsch getal, 91
- antireflexieve relatie, 10
- antisymmetrische relatie, 10, 47
 - kardinaliteiten, 64
- Archimedische eigenschap, 52
- Archimedische eigenschap van \mathbb{R} , 20
- associatieve operatie, 6
- axioma
 - afscheiding, 4, 5, 173
 - bestaan, 173
 - extensionaliteit, 3, 173
 - voor gelijkheid, 174
 - Keuzeaxioma, 174
 - machtsverzameling, 174
 - oneindigheid, 147, 173
 - paarvorming, 4, 173
 - regulariteit, 173
 - vereniging, 5, 173
 - vervanging, 145, 173
- Axioma van Afhankelijke Keuzen, 167
- axioma's van Peano, 147
- beeld onder een afbeelding, 35
- beginstuk, 51, 141
 - bepaalt door een element, 51
 - echt, 51
 - in een welgeordende verzameling, 137, 141
 - van een woord, 114
- begrensd, 17
 - verzameling, naar beneden, 17
 - verzameling, naar boven, 17
- begrensde kwantor, 172
- beperking van een afbeelding, 29
- bereik van een afbeelding, 24
- bijjectie, 29
- bijjectieve afbeelding, 28, 62
- binaire ontwikkeling van reële getallen, 55
- binaire relatie, 9
- binomiaalcoëfficiënt, 109
- binomium van Newton, 111
- Tussenwaardstelling, 37
- boom, 126
 - hoogte, 127
 - hoogte van een knoop, 127
 - knoop, 126
 - hoogte, 127
 - vertakkingsgraad, 127
 - pad, 127
 - lengte, 127
 - stam, 126
 - vertakkingsgraad van een knoop, 127
- bovengrens, 17, 49
 - kleinste, 18, 50
- Cantor's Diagonaalmethode, 104, 105
- Cantor-Bernsteinstelling, 69, 88, 130
- Cantor-normaalvorm voor
 - ordinaalgetallen, 151
- Cantordiscontinuum, 56
- Cantorverzameling, 131
 - algebraïsch, 56
 - lengte van, 57
 - meetkundig, 56
- Cartesisch product
 - eindig veel verzamelingen, 9
 - van twee verzamelingen, 5
 - van een familie verzamelingen, 38
- Cauchy-rij, 57, 180
- codomein van een afbeelding, 24
- cofinaal met λ , 153
- cofinaliteit, 153
- commutatief diagram, 27
- commutatieve operatie, 6
- component, 9
- continue functie, 36
- continuïteit
 - ε - δ -, 159
 - rijtjes-, 159
- Continuumhypothese, 181
- convergente rij, 52
- convergentie, 52
- coördinaat, 5, 9

- De Morgan
 - wetten van, 7, 34
- decimale schrijfwijze, 16
- Dedekind-eindige verzameling, 75
- Dedekindsnede, 51, 178
- deelbaarheid van natuurlijke getallen, 20
- deelgraaf, 45
 - volledig, 45
- dekpunt, 120
- delen van reële getallen, 14
- diagonaal, 10
- Diagonaalmethode
 - van Cantor, 104, 105
- diagram
 - commutatief, 27
 - Hasse-, 48
 - Venn, 7
- dichotome relatie, 10
- dicht geordende verzameling, 50
 - aftelbaar, 86
- dichte verzameling, 135
- directe opvolger, 50, 138
- disjuncte verzamelingen, 6
- distributieve wet
 - doorsnede en vereniging, 6, 34
 - optellen en vermenigvuldigen, 14
- domein van een afbeelding, 24
- doorsnede, 6, 33
- 3-adische ontwikkeling van reële getallen, 55
- driehoek van Pascal, 111
- drietel
 - geordend, 9
- duivenhokprincipe, 93

- echt beginstuk, 51
- eigenschap van eindig karakter, 165
- eindig aantal, 1
- eindig karakter
 - eigenschap, 165
- eindige verzameling, 61, 148
 - aantal elementen, 73
 - definitie, 72
 - en injecties, 75
 - karakterisering, 79
 - maximumprincipe, 77
 - en surjecties, 75
 - vereniging, 107
- eindige-doorsnede eigenschap, 165
- entier-functie, 53
- ε - δ -continuïteit, 159
- ε -getal, 151
- equivalentierelatie, 10

- Euler-functie, 119
- even ordinaalgetal, 149
- extensionaliteitsaxioma, 3

- faculteitsfunctie, 112
- formule, 171
 - welgevormd, 171
- functie, *zie* afbeelding
 - continu, 36
- functiewaarde, 24
- fundamenteaalrij, 180

- gebonden variabele, 173
- gedetermineerd spel, 41
- gehele getallen, 21
 - aftelbaar, 82
 - constructie, 177
- geordend drietal, 9
- geordend n -tal, 9
- geordend paar, 4, 9
- gerichte graaf, 45
- gesloten interval, 15
- gesloten verzameling, 135, 160, 167
- getal
 - algebraïsch, 91
 - geheel, 21
 - irrationaal, 21
 - natuurlijk, 16, 147
 - decimale schrijfwijze, 16
 - negatief, 15
 - positief, 15
 - rationaal, 21
 - transcendent, 91
- Goodstein-rij, 151–152
- graaf, 45–47
 - gericht, 45
 - kleuring, 123
 - knoop, 45
 - ongericht, 45
 - pijl, 45
 - tak, 45
- grootste element, 18, 49
- grootste ondergrens, 18, 50

- Hartogs' \aleph , 158
- Hassediagram, 48
- Hausdorff's Maximaliteitsprincipe, 165
- Het probleem van Suslin, 182
- homogene verzameling, 123
- hoogte van een boom, 127
- hoogte van een knoop in een boom, 127
- hoogte van een polynoom, 92
- Hypothese van Sylvester, 77
 - duale vorm, 78

- ideaal, 140
- identieke afbeelding, 27
- inbedding, 51
- Inclusie-Exclusie, 116
 - twee verzamelingen, 116
 - drie verzamelingen, 117
 - algemeen, 117
 - bewijs, 118
 - voorbeelden, 119–121
- inductie
 - transfinit, 137
 - volledig, 137
- inductief geordende verzameling, 163
- inductieprincipe, 137
- inductieve verzameling, 16
- infimum, 18, 50
- initiaal ordinaalgetal, 153
- injectie, 29
- injecties tellen, 113
- injectieve afbeelding, 27, 64
- interval, 15
 - gesloten, 15
 - open, 15
- inverse afbeelding, 27
- inverse relatie, 10
- irrationale getallen, 21
- isomorf, 51
- isomorfisme, 51

- karacteristieke functie, 36
- kardinaalgetal, 153
 - van een welgeordende verzameling, 153
- kardinaalgetallen
 - product, 153
 - som, 153
- kardinaliteit
 - machtsverheffing, 98
 - ongedefinieerd, 62
 - product, 98, 162
 - som, 97, 162
 - vergelijken, 64, 162, 164
- kardinaliteit van \mathbb{R} , 130–135
- keten in een partiële ordening, 49, 163
- kettingbreuk, 134
- Keuzeaxioma, 86, 159, 160, 174, 181
- keuzefunctie, 159
- kleinste bovengrens, 18, 50
- kleinste element, 18, 49
- kleuring, 123
 - van Sierpiński, 157
- knoop in een boom, 126
- knoop in een graaf, 45
- Königsberg
 - de zeven bruggen, 46
- König, Oneindigheidslemma, 127
- Krull, stelling van, 140
- Kuratowski-eindige verzameling, 80
- kwantor
 - \forall , 171
 - \exists , 172
 - $\exists!$, 145, 172
 - begrensd, 172

- ladenprincipe, 93, 122
 - voorbeelden, 93–96
- Lebesgue-decompositie, 157
- lege verzameling, 4
- Lemma van Kuratowski, 165
- Lemma van Teichmüller en Tukey, 166
- Lemma van Zorn, 163
- lengte van een pad door een boom, 127
- letter, 114
- lexicografische ordening, 137
- limiet in een welgeordene verzameling, 138
- limiet van een rij, 52
- limietordinaalgetal, 144
 - Dedekind-oneindig, 147
- lineair geordende verzameling, 49
 - dicht, 50

- machten van ordinaalgetallen, 149, 150
- machtigheid, *zie* kardinaliteit
- machtsverheffing
 - van kardinaliteiten, 98
 - van natuurlijke getallen, 108
 - van reële getallen, 31
- machtsverzameling, 5
- maximaal element, 49, 77
- maximaal ideaal, 140
- maximum, 18, 37, 49
- Maximumprincipe, 76–78
- meetkundige rij, 53
- minimaal element, 49, 77
- minimum, 18, 37, 49

- \mathbb{N} , *zie* natuurlijke getallen
- n -aire relatie, 9
- n -tal
 - geordend, 9
- naar boven begrensde verzameling, 50
- natuurlijk getal, 147, 177
- natuurlijke getallen, 16
 - constructie, 147
 - deelbaarheid, 20
 - p -adische ontwikkeling, 59
 - welordening, 19, 136

- negatief getal, 15
- normaalvorm voor ordinaalgetallen, 151
- 0^0
 - voor kardinaliteiten, 99
 - in de reële getallen, 31
 - en rijen, 60
 - in de Wiskunde, 31
- ondergrens, 17, 50
 - grootste, 18, 50
- oneindig, 1
 - potentieel, 1
- oneindige verzameling
 - definitie, 72
- Oneindigheidsaxioma, 147
- Oneindigheidslemma van König, 127
- ongeordend paar, 4
- ongerichte graaf, 45
- open interval, 15
- operatie
 - associatief, 6
 - commutatief, 6
- optelling
 - van kardinaliteiten, 97, 101
 - van natuurlijke getallen, 106
 - van reële getallen, 12–14
- opvolger
 - direct, 50, 138
- opvolger, ordinaalgetal, 144
- ordening
 - lexicografisch, 137
 - lineair, 49
 - partieel, 47–52
 - totaal, 49
 - wel-, 51, 136
- ordening van reële getallen, 15
 - Archimedische eigenschap, 20
 - volledigheid, 18
- ordertype, 136, 143
 - van een welordering, 146
- ordinaalgetal, 143
 - Cantor-normaalvorm, 151
 - cofinaliteit, 153
 - ε -getal, 151
 - even, 149
 - graad, 151
 - initiaal, 153
 - limiet, 144
 - Dedekind-oneindig, 147
 - opvolger, 144
 - overaftelbaar, 156
 - van een welordering, 146
- ordinaalgetallen
 - deling met rest, 149
 - macht, 149, 150
 - product, 149, 150
 - som, 148, 150
- overaftelbare verzameling, 80
 - reële getallen, 90
- p -adische ontwikkeling
 - van natuurlijke getallen, 59
 - van reële getallen, 53
 - eindig, 59
 - periodiek, 59
- paar
 - geordend, 4, 9
 - ongeordend, 4
- paarfunctie, 82–83
 - van Cantor, 82, 83, 137
 - van Gödel, 82, 83, 154
- paarvorming, 4
- pad door een boom, 127
 - lengte, 127
- Paradox van Russell, 2, 3, 105
- partieel geordende verzameling, 47
 - boom, 126
- partiële ordening, 47–52
 - inductief geordend, 163
- partitie, 11
- partitierelatie, 123
- Peano
 - axioma's van, 147
- Peanokromme, 131
- perfecte verzameling, 135
- permutatie, 109
 - zonder dekpunten, 120
- permutaties tellen, 112
- pijl in een graaf, 45
- positief getal, 15
- potentieel oneindig, 1
- priemgetal, 1, 20
- Principe van Dalende Intervallen, 90
- Principe van Dirichlet, 93, 122
 - voorbeelden, 93–96
- Principe van Inclusie-Exclusie, 116
 - twee verzamelingen, 116
 - drie verzamelingen, 117
 - algemeen, 117
 - bewijs, 118
 - voorbeelden, 119–121
- product
 - Cartesisch
 - eindig veel verzamelingen, 9
 - twee verzamelingen, 5
- product van kardinaalgetallen, 153

- product van kardinaliteiten, 98
- product van ordinaalgetallen, 149, 150
- productverzameling, 5
- \mathbb{Q} , *zie* rationale getallen
- \mathbb{R} , *zie* reële getallen
- Ramsey, stelling van
 - eindige versie, 125, 129
 - oneindige versie, 125, 128
- Ramseygetal, 129
- rationale getallen, 21
 - aftelbaar, 81, 84
 - constructie, 178
 - dicht in de reële getallen, 21
 - uniciteit, 86
 - universeel, 88
 - welgeordende deelverzamelingen, 137
- recursie, 30–31
 - transfinit, 138
- Recursieprincipe, 30, 86, 138, 161
- reële getallen, 5, 12–22
 - 2-adische ontwikkeling, 55
 - 3-adische ontwikkeling, 55
 - afrekken, 13
 - binaire ontwikkeling, 55
 - constructie, 146, 178
 - delen, 14
 - kardinaliteit, 130–135
 - metrisch volledig, 58
 - optelling, 12–14
 - ordering, 15
 - Archimedische eigenschap, 20
 - volledigheid, 18
 - overaftelbaar, 90
 - p -adische ontwikkeling, 53
 - rationale getallen dicht, 21
 - ternaire ontwikkeling, 55
 - vermenigvuldiging, 14
 - welgeordende deelverzamelingen, 137
- reële continuum, 92
- reflexieve relatie, 9, 47
- rekenregels voor kardinaliteiten, 100–101
- relatie, 9–11
 - antireflexief, 10
 - antisymmetrisch, 10, 47
 - binair, 9, 44
 - diagonaal, 10
 - dichotoom, 10
 - equivalentie-, 10
 - inverse, 10
 - n -air, 9
 - reflexief, 9, 47
 - samengesteld, 10, 25
 - symmetrisch, 10
 - transitief, 10, 47
 - unair, 9
- relatief priem, 94
- rij, 29
 - Cauchy-, 57
 - convergent, 52
 - eindig, 29
 - in \mathbb{R} , 52
 - limiet, 52
 - partiële sommen, 53
 - som, 53
 - sommeerbaar, 53
- rij meetkundig, 53
- rijtjes-continuïteit, 159
- ring met 1, 140
- $R(n, k)$, Ramseygetal, 129
- Russell
 - Paradox van, 3, 105
- samengestelde afbeelding, 25
- samengestelde relatie, 10, 25
- schaken, 43
- selector, 159
- snede van Dedekind, 51, 178
- som van een rij, 53
- som van kardinaalgetallen, 153
- som van kardinaliteiten, 97
- som van ordinaalgetallen, 148, 150, 151
- sommeerbare rij, 53
- spel, 40
 - gedetermineerd, 41
 - schaken, 43
 - strategie, 41
 - winnende strategie, 41
 - winstcriterium, 40
- stam van een boom, 126
- stelling
 - van Cantor, 104–106
 - dalende intervallen, 90
 - Cantor-Bernstein, 69, 88, 130
 - Goodstein, 152
 - van Hessenberg
 - som, 154
 - product, 155
 - van Krull, 140
 - Lemma van Kuratowski, 165
 - van Liouville, 91
 - Oneindigheidslemma van König, 127
 - van Ramsey
 - eindige versie, 125, 129
 - oneindige versie, 125, 128
 - Recursieprincipe, 30

- Tussenwaardestelling, 37
- Welordeningsstelling, 160, 161
- van Zermelo, 160
 - over spelen, 41
- Lemma van Zorn, 163
- stijgende afbeelding, 51
- strategie, 41
 - winnend, 41, 135
- supremum, 18, 50
- surjectie, 29
- surjecties tellen, 113, 120
- surjectieve afbeelding, 28
- symmetrisch verschil, 6
- symmetrische relatie, 10
- tak in een graaf, 45
- Tarski-eindige verzameling, 79
- ternaire ontwikkeling van reële getallen, 55
- tertium non datur, 42
- totaal geordende verzameling, 49
- totiënt-functie, 119
- transcendent getal, 91
- transfinite inductie, 137
- transfinite recursie, 138
- transitieve relatie, 10, 47
- transitieve verzameling, 144
- Tussenwaardestelling van Bolzano, 37
- 2-adische ontwikkeling van reële getallen, 55
- uitgesloten derde, 42
- ultrafilter, 166
- unaire relatie, 9
- uniciteit van \mathbb{Q} , 86
- universaliteit van \mathbb{Q} , 88
- variabele, 171
 - gebonden, 173
 - vrij, 173
- Venn-diagram, 7
- verdichtingspunt, 95
- verdubbeling van de kubus, 166
- vereniging, 5, 33
- verenigingsaxioma, 5
- vergelijkbare elementen, 49
- vermenigvuldiging
 - van kardinaliteiten, 98, 102
 - van natuurlijke getallen, 107
 - van reële getallen, 14
- verschilverzameling, 6
- vertakkingsgraad van een knoop in een boom, 127
- Vervangingsaxioma, 145
- verzameling
 - aantal elementen, 61
 - af te tellen, 80
 - aftelbaar, 80
 - aftelbare vereniging, 84
 - algebraïschegetallen, 92
 - eindige rijtjes natuurlijke getallen, 85
 - fin*, 85
 - gehele getallen, 82
 - karakterisering, 81
 - product, 84
 - rationale getallen, 81, 84
 - vereniging, 84
 - voorbeelden, 88–89
- begrensd, 17
- Dedekind-eindig, 75
- definitie van Bolzano, 1
- definitie van Cantor, 2
- dicht, 135
- dicht geordend, 50
 - aftelbaar, 86
- doorsnede, 6, 33
- eindig, 61, 72, 148
 - aantal elementen, 73
 - en injecties, 75
 - karakterisering, 79
 - maximumprincipe, 77
 - en surjecties, 75
 - vereniging, 107
- gesloten, 135, 160, 167
- homogeen, 123
- inductief, 16
- inductief geordend, 163
- Kuratowski-eindig, 80
- leeg, 4
- lineair geordend, 49
- machtsverzameling, 5
- naar beneden begrensd, 17
- naar boven begrensd, 17, 50
- oneindig, 72
- overaftelbaar, 80
 - reële getallen, 90
- partieel geordend, 47
- perfect, 135
- product, 5
- symmetrisch verschil, 6
- Tarski-eindig, 79
- totaal geordend, 49
- transitief, 144
- vereniging, 33
- verschil, 6
- welgeordend, 51, 136

- verzamelingen
 - dezelfde kardinaliteit, 62
 - disjunct, 6
 - gelijk aantal elementen, 62
 - gelijkmachtig, 62
- volledig origineel, 35
- volledige deelgraaf, 45
- volledige inductie, 16, 137
 - versie I, 16
 - versie II, 19
- vrije variabele, 173

- waardenverzameling van een afbeelding,
 - 24
- WAC**, zwakke Keuzeaxioma, 168
- welgeordende verzameling, 51, 136
 - beginstuk, 137, 141
 - isomorfismen, 141
 - limiet in, 138
 - opvolger in, 138
 - ordetype, 146
 - ordinaalgetal, 146
 - overaftelbaar, 156
 - stijgende afbeelding in, 138
- welgevormde formule, 171
- welordening, 51, 136
 - van \mathbb{N} , 19
- Welordeningsstelling, 160–163
 - Zermelo's eerste bewijs, 161
 - Zermelo's tweede bewijs, 162
- wetten van De Morgan, 7, 34
- winnende strategie, 41, 135
- winstcriterium, 40
- woord, 114, 127
 - beginstuk, 114
 - lengte, 114
- $\sqrt{2}$
 - bestaan van, 19
 - niet rationaal, 21

- \mathbb{Z} , *zie* gehele getallen
- Z**, 174
- ZF**, 174
- ZFC**, 174