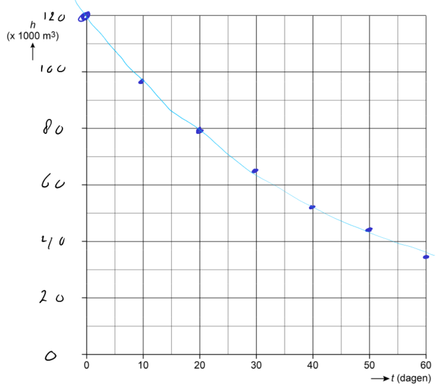
EINDEXAMEN WISKUNDE CSE GL EN TL, VMBO-GL EN TL, 2021-05-18

1 Uitgaande van $h = 120.000 \times 0{,}98^t$ (gas in een zeppelin), met h in m^3 en t in dagen: met hoeveel procent neem de hoeveelheid gas per dag af?
Uitwerking: De factor 0,98 geeft aan dat een dag later nog 98% van de hoeveelheid over is. Er lekt dus elke dag 2% gas weg.
Opmerkingen: Ik vermoed dat het interpreteren van een dergelijke formule de te toetsen kennis is.

2 Een grafiek bij de formule maken op de uitwerkbijlage. Ook de tabel invullen, afgerond op $1000\,\mathrm{m}^3$.
Uitwerking: Een rekemmachine geeft mij $(120000, 98000, 80000, 65000, 53000, 44000, 36000)$ voor de tabel. De punten geplot en er een kromme door getrokken.

t (dagen)	0	10	20	30	40	50	60
h (× 1000 m³)	120	98	80	65	53	44	36

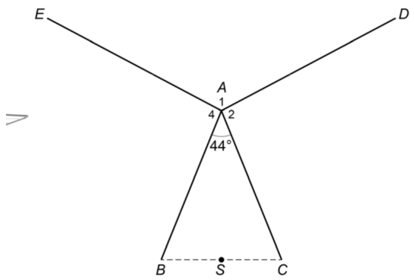


Opmerkingen: Niet moeilijk maar een nuttige vaardigheid, denk ik.

3 Op welke dag is voor het eerst minder dan $95.000\,\mathrm{m}^3$ gas in de zeppelin.
Uitwerking: Ik zou dat met logaritmen doen: $t \cdot \log 0{,}98 = \log 95000 - \log 120000$ en dan met behulp van een rekenmachine oplossen: dat geeft $t \approx= 11.56$, dus op de twaalfde dag is er minder dan $95.000\,\mathrm{m}^3$ gas in de zeppelin.
Opmerkingen: Het oplossen kan natuurlijk ook met een oplosknop. Het inzicht zit in het vinden van de juiste vergelijking.

4 Gemiddelde snelheid van de zeppelin bij een oversteek van de oceaan, van Hamburg naar New York.
Uitwerking: Gegevens: vertrek om 12:00 op 14 februari 1936, aankomst op 16 februari 1936 om 19:00 locale tijd; de afgelegde afstand is 6278 km. Subtiliteit: 19:30 in New York is 01:30 in Hamburg (de volgende dag). De zeppeling heeft dus $24 + 24 + 13\frac{1}{2} = 61\frac{1}{2}$ uur gevlogen. De gemiddelde snelheid is dus 6278/61,5 km/h, dat is 102,08 km/h.
Opmerkingen: Niet moeilijk als je weet wat je op wat moet delen.

5 Een zijaanzicht van een droogrek.



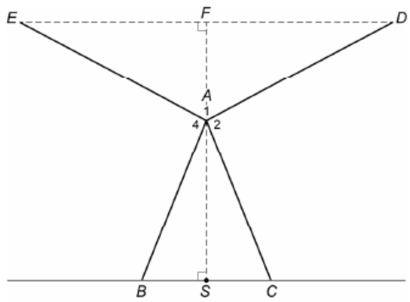
Gegeven: $BS = CS = 34\,\mathrm{cm}$; aan te tonen $AS = 84\,\mathrm{cm}$.

Uitwerking: De halve tophoek is 22°, de halve basis is 34 cm. Dus $\tan 22° = \frac{34}{h}$, of $h = \frac{34}{\tan 22°}$, en dat is iets meer dan 84 cm.
Opmerkingen: Goed dat dit getoetst wordt. Het droogrek speelt overigens in de volgende drie opgaven ook een rol.

6 Bereken de lengte van het been AB van de driehoek (afgerond op centimeters).
Uitwerking: Die lengte b halen we uit de stelling van Pythagoras: $b^2 = 84^2 + 34^2$, dus $b = \sqrt{8212} \approx 90{,}62$. Afgerond 91 cm dus.
Opmerkingen: Pythagoras is altijd nuttig.

7 Gegeven: $\angle A_1 = 124°$ en $\angle A_2 = \angle A_4$. Bepaal $\angle A_2$.
Uitwerking: De vier hoeken zijn samen 360°, de bekende hoeken zijn 124° en 44°. Dus de gelijke hoeken zijn samen $360 - 124 - 44 = 192$ graden, dus de hoeken zijn gelijk aan 96°.
Opmerkingen: Zou niet moeilijk moeten zijn.

8 Extra stippellijnen en een punt F in het plaatje.



De lijnstukken AE en AD zijn 110 cm lang. Hoe hoog liggen de uitenden E en D? Uit het plaatje mag afgeleid worden dat ze op dezelfde hoogte als F liggen.
Uitwerking: De gezochte hoogte is SF; we weten SA al, dus nu nog AF berekenen. De helft van hoek A_1 is 62° en $\cos 22° = \frac{FA}{AD}$, dus $FA = AD \cdot \cos 22° \approx 51{,}64$ centimeter. En dus $SF = 84 + 51{,}64$; afgerond dus 136 cm.
Opmerkingen: Eigenlijk jammer dat er zo gestuurd was; dit had een leuk ontdekkingsreisje kunnen zijn.

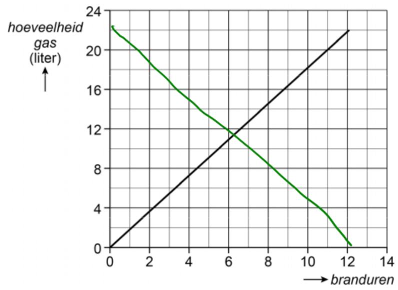
9 Een gasfles week 10,6 kg, met 22 liter gas er in wordt het 21,8 kg. Hoeveel weeg één liter gas? (Op één decimaal.)
Uitwerking: De 22 liter gas wegen $21{,}8 - 10{,}6 = 11{,}2$ kilogram; per liter is dat $22/11{,}2$ kilogram, dat is $0{,}50909\ldots$, afgerond 0,5 kg.
Opmerkingen: Dit is eenvoudig rekenwerk.

10 De inhoud van de fles is 27,5 l. Voorzichtigheidshalve gaat er ten hoogste 22 l gas in. Voor hoeveel procent is de fles gevuld?
Uitwerking: Het vulpercentage is dus $100 \times \frac{22}{27{,}5}$ en dat is precies 80%.
Opmerkingen: Ook niet moeilijk.

11 Het verband tussen hoeveelheid gas en brandduur is lineair. Na 11 uur is er 20 l verbrand. Na hoeveel tijd is de 22 l op?
Uitwerking: Je kunt verhoudingen gebruiken de onbekende brandduur noemen we x; dat geldt: $11 : 20 = x : 22$, ofwel $x = 11 \cdot 2220 = 12{,}1$ uur, ofwel 12 uur en 6 minuten.
Opmerkingen: Lijkt me niet moeilijk maar ik zag bij deze en de vorige vraag in het correctievoorschrift een verhoudingstabel, dat ziet er als een systematische manier uit die aangeleerd is.

12 Welke formule hoort bij de grafiek?
Uitwerking: Dat hebben we impliciet al gezien in de vorige opgave: 11 uur kost 20 liter; en $20 = \frac{20}{11} \cdot 11$. We vinden dus: het gasverbruik is gelijk aan $\frac{20}{11}$ maal de brandduur. Of korter: $gv = \frac{20}{11} bd$.
Opmerkingen: Ook hier lijkt het correctievoorschrift naar een vast recept te wijzen.

13 Teken de resterende hoeveelheid gas als functie van de brandduur in de bijlage.
Uitwerking: Dat is de verbingslijn tussen $(0, 22)$ en $(21{,}1, 0)$:

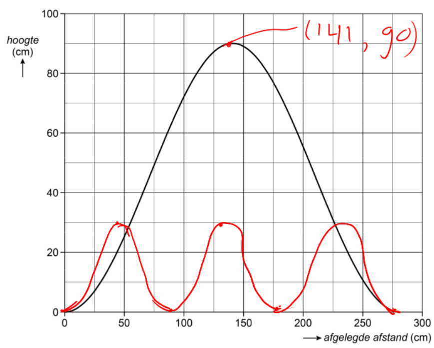


Opmerkingen: Echt goed tekenen kan ik niet …

14 En cirkel (fietswiel) met diameter 150 cm legt een afstand van 40 m af. Hoe vaak draaide het rond?
Uitwerking: De omtrek is dus $\pi \cdot 150$ cm en de afstand is 4000 cm; het aantal omwentelingen is dus $4000/(150\pi) \approx 8{,}48$, zeg achtenhalf.
Opmerkingen: Delen dus …

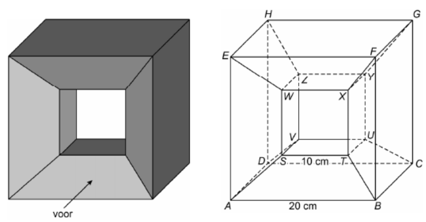
15 Nu een wiel met een diameter van 90 cm met daarop een punt P. Uitwerkbijlage: hoogte van P als functie van de afgelegde weg. Wat zijnde coördinaten van de top?
Uitwerking: De top is op hoogte 90 cm de diameter van het wiel. En P haalt die hoogte na een halve omwenteling, dus na 45π cm. En dat is ongeveer 141,4 cm. Dus de top ligt in $(141{,}4, 90)$. Zie het plaatje in de volgende opgave.
Opmerkingen: Het correctievoorschrift laat niet zien wat een geldige redenering zou zijn.

16 Het achterwiel van de fiets heeft een diameter van 30 cm. Een punt K op dat wiel begint op de grond en draait mee. Teken de afstand-hoogte grafiek voor K in de bijlage.
Uitwerking: Bij elke omwenteling van het voorwiel doet het achterwiel er drie. We moeten dus drie golfjes tekenen van de juiste hoogte.

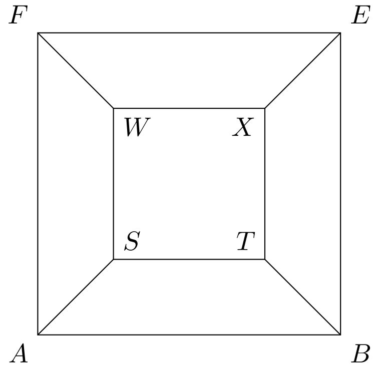


Opmerkingen: Ik kan niet goed tekenen …

17 Een kunstwerk:



Teken het vooraanzicht op schaal 1 : 5. Een vierkant van 4 bij 4 centimeter met daarbinnen een vierkant van 2 bij 2. De corresponderende hoekpunten worden verbonden.



Opmerkingen: Niet veel aan te doen.

18 Bepaal de lengte van AS, die is een kwart van de lichaamsdiagonaal AG.
Uitwerking: De lichaamsdiagonaal heeft lengte $\sqrt{20^2+20^2+20^2} = 20\sqrt{3}$, dus de lengte van AS is $5\sqrt{3}$ cm, ongeveer 8,66 cm.
Opmerkingen: Het voorschrift doet twee keer Pythagoras ...

19 Gevraagd de hoek B in de vierhoek $ABST$. Gegeven is: de afstand tussen ST en AB is 7,1 cm.
Uitwerking: Maak de loodlijn uit T op AB; de afstand van B tot het snijpunt is 5 cm. Dus $\tan\angle B = \frac{7{,}1}{5} = 1{,}42$. De hoek is dan ongeveer $55{,}85°$
Opmerkingen: De cosinus van de hoek is $1/\sqrt{3}$, dat levert dezelfde hoek en kan zonder het gegeven (maar gaat ervanuit dat de vorige som goed ging). Dit is het omgekeerde van opgave 5.

20 Gevraagd de inhoud van het lichaam $ABCD\,STUV$. Daarbij is gegeven dat zes van die lichamen plus de kleine kubus de grote kubus opvullen.
Uitwerking: Noem de inhoud I dan geldt $20^3 - 10^3 = 6I$, dus $I = 7000/6\,\mathrm{cm}^3$. Afgerond: $1166.66\,\mathrm{cm}^3$.
Opmerkingen: De aanwijzing haalt voor mij de lol uit deze som.

21 Een loterij: in één keer 4,2 miljoen of 30 jaar lang elke maand 10.000 Euro?
Uitwerking: De andere prijs is $30 \times 12 \times 10.000$ waard. En dat is 3,6 miljoen, de andere prijs levert meer op.
Opmerkingen: Niet moeilijk maar nuttig: even vermenigvuldigen levert hier extra informatie.

22 Op een beleggingsrekening stond 2.500.000 Euro, nu nog maar 2.460.000 Euro. Met hoeveel procent is het gedaald? (Op één decimaal.)
Uitwerking: Er is 40.000 afgegaan en $40.000/2.500.000 = 0{,}016$; dat komt overeen met 1,6%.
Opmerkingen: Ook hier zou de verhoudingstabel gebruikt moeten worden.

23 We zetten 2.460.000 Euro op een spaarrekening met 0,12% rente per jaar. We beginnen 1 januari 2018, op welke 1 januari staat voor het eerst meer dan 2.500.000 Euro op de rekening?
Uitwerking: We zijn terug bij som 1: op 1 januari van het jaar $2018 + n$ staat er $2.460.000 \cdot 1.0012^n$ op de rekening. Dus kijken wanneer die uitdrukking groter is dan 2.500.000. Een rekenmachientje geeft bij $n = 13$ nog 2.498.653 en bij $n = 14$ hebben we 2.501.652 (afgerond). Dat is op 1 januari 2032 dus.