AM2520-H: Meer Griekse wiskunde

week 1.3, dinsdag

K. P. Hart

Faculteit EWI
TU Delft

Delft, 15 september 2020

Outline

De Griekse wereld

Abb. 2.1.0
Griechisch-hellenistische Antike:
Geburtsorte und Wirkungsstätten
ausgewählter Mathematiker (rot)

Euclides van Alexandrië ($\approx$ 360–280 BC)

Waar kennen we hem van? *De Elementen* natuurlijk.

Boek I–VI: vlakke meetkunde
Boek VII–IX: getallentheorie
Boek X: meetkunde der inkommensurabelen grootheden
Boek XI–XIII: ruimtelijke meetkunde

Meer dan 2000 jaar lang de standaard en het voorbeeld voor axiomatisering;

in de 19de eeuw herzien;
Hilbert's *Grundlagen der Geometrie* (1899) was hiervan slotpunt;
nieuwe axiomas voor ordening en continuïteit.

Het bewijs van de allereerste stelling is namelijk al onvolledig ...

Archimedes van Syracuse ($\approx$ 287–212 BC)

Archimedes heeft veel gedaan. Een paar dingen:

- volume van de bol
- kwadratuur van de parabool door uitputting
- de Zandrekenaar
- over de cirkel
- over spiralen

Archimedes van Syracuse ($\approx$ 287–212 BC)

Rond 1900 werd een Palimpsest ontdekt met twee onbekende werken van Archimedes.

Stomachion: over een spel met driehoeken die in een vierkant uitgelegd moeten worden.

De Methode: een brief aan Erthostenes waarin Archimedes uitlegde hoe hij bepaalde oppervlakten bepaalde, door middel van momenten en evenwichten.
Een soort voorloper van integratie.

Met een tweede bepaling van de oppervlakte ingesloten door een deel van een parabool.

Apollonius (262–190 BC)

Zijn grote werk: *Konika*, over Kegelsneden.

Daar vinden we de namen en definities van

- parabool
- hyperbool
- ellips

Diophantus (ergens tussen 100 en 400 AS)

Hoofdwerk: *Arithmetica* (13 delen, waarvan 10 teruggevonden zijn)

Heeft zijn naam gegeven aan *Diophantische vergelijkingen*

Vergelijkingen met geheeltallige coëfficiënten en oplossingen in twee of meer variabelen, zoals

- $x^2 + y^2 = z^2$
- $x^2 - ny^2 = \pm 1$
- $x^3 + y^3 = z^3$
- en nog veel meer

Diophantus (ergens tussen 100 en 400 AS)

Hilbert's tiende probleem

Gegeven een diofantische vergelijking met een willekeurig aantal variabelen en met geheeltallige coëfficiënten. Stel een methode op waarmee in een eindig aantal stappen kan worden bepaald of er gehele getallen zijn die aan de vergelijking voldoen.

Oplossing (1969): zo'n methode is er niet.

Pappos van Alexandrië (4e eeuw)

Over de persoon is bijna niets bekend; wel over zijn werk: de *Synagoge* of *Collectiones*.

Bijvoorbeeld het probleem van de dubbele gemiddele proportionalen.

We kennen de vierde proportionaal.

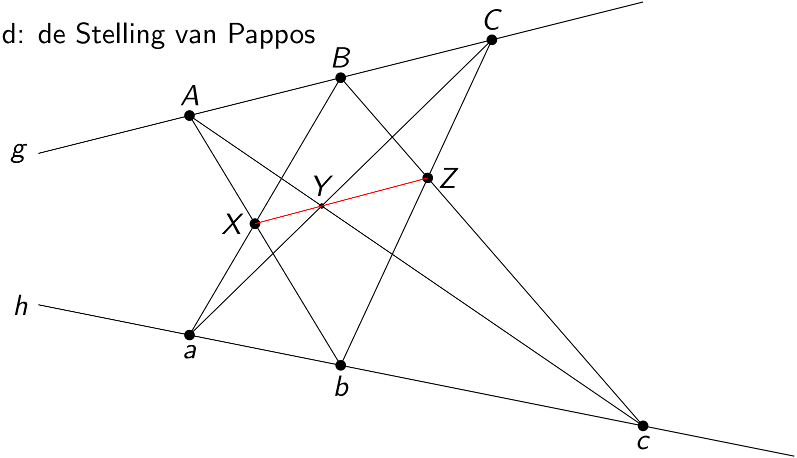
De gemiddelde proportionaal van a en b is een x met $a : x \equiv x : b$.
En dat is dus $\sqrt{ab}$.

Hippocrates van Chios: dubbele gemiddelde proportionalen van a en b:
een x en een y zó dat $a : x \equiv x : y \equiv y : b$.
Dat levert $\left(\frac{y}{b}\right)^3 = \frac{a}{b}$, of $y^3 = ab^2$.

Als $a = 2$ en $b = 1$ levert dat $y^3 = 2$.

Pappos van Alexandrië (4e eeuw)

Heel bekend: de Stelling van Pappos



Dit is een belangrijke stelling uit de Projectieve Meetkunde
en een speciaal geval van een stelling van Pascal.

Hypathia van Alexandrië ($\approx$ 355–415 BC)

Schreef commentaren op de *Arithmetika*, de *Konika*, Archimedes' *Het meten van de cirkel*, en (met haar vader) de *Almagest*.

En, helaas, beschuldigd van hekserij (om politieke redenen) en vermoord.

Overgebleven problemen

Verdubbeling van een kubus (het *Delische Probleem*)

Construeer, met passer en liniaal, voor een gegeven kubus K met ribbe Z de ribbe Z' van een kubus K' met dubbel volume.

Daar waren Hippocrates en Pappus dus mee bezig: het komt neer op het vinden van de dubbele gemiddelde proportionalen van 1 en 2.

Overgebleven problemen

De kwadratuur van de cirkel

Construeer, met passer en liniaal, voor een gegeven cirkel C met diameter D de zijde Z van een vierkant met dezelfde oppervlakte.

Waarom is dat interessant?
Waarom wordt de vraag niet voor de omtrek gesteld?

Overgebleven problemen

Het parallellenpostulaat

Is het 5de axioma (het parallelenaxioma) van Euclides niet toch een stelling?

Laten we even in *De Elementen* kijken.