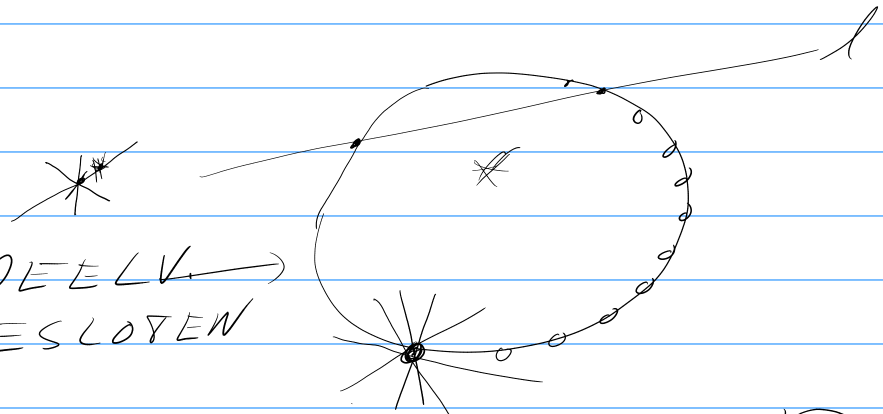
RADIALE TOPOLOGIE

DEF $O \in \mathcal{T}_R$ DESDA

VOOR ELKE LYN ℓ IN $\mathbb{R}^2$ GELDT

$$O \cap \ell$$

IS OPEN IN ℓ

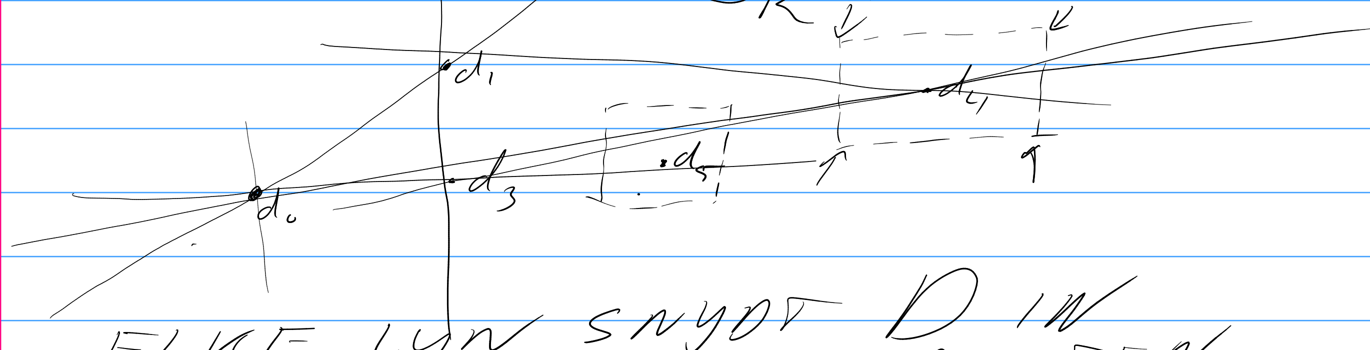


ELKE DEELV. IS GESLOTEN

ER IS EEN (AFTELBARE) D

— D DICHT IN GEWONE TOP

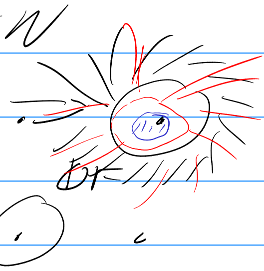
— GESL. IN $\mathcal{T}_R$ RAT'L.



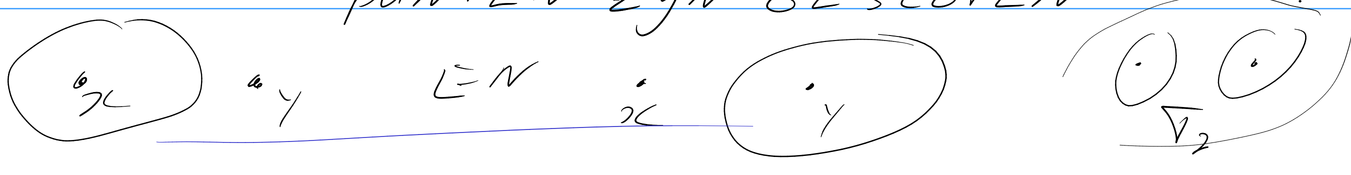
ELKE LYN SNYDT D IN 0, 1 OF 2 PUNTEN

D IS $\mathcal{T}_R$ – GESLOTEN

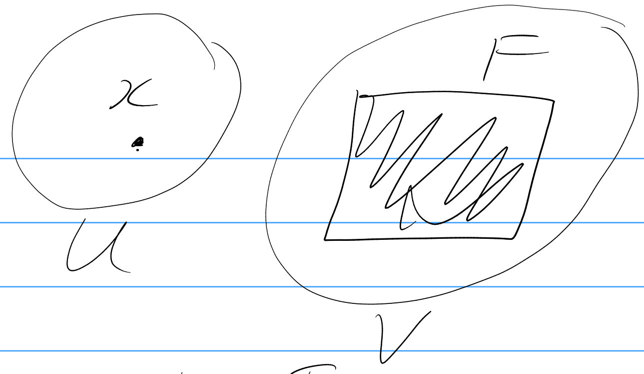
REGULIER: $T_1 + T_3$



PUNTEN ZYN GESLOTEN



T_3:



JA: METRISCH, SORGENFREY, NIEMYTZKI-VLAK

NEE: CO-EINDIGE TOP.

$\mathbb{R}$ MET $\boxed{\{2^{-n} : n \in \mathbb{N}\}} = G$ ALS EXTRA GESL. VERZ.

T_2

NIET REGULIER:

$0 \notin G$

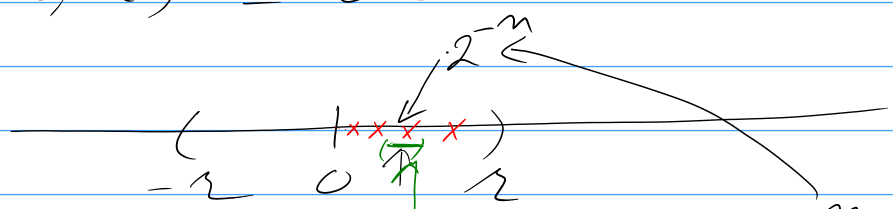
STEL O open: $0 \in O$

V open $G \subseteq V$

$O = U \setminus G$ MET U 'GEWOON' OPEN

DAARBINNEN NEEM IK

$0 \in (-r, r) \subseteq U$



NEEM EEN n MET $2^{-n} < r$

$2^{-n} \in V$

ER IS EEN $s > 0$

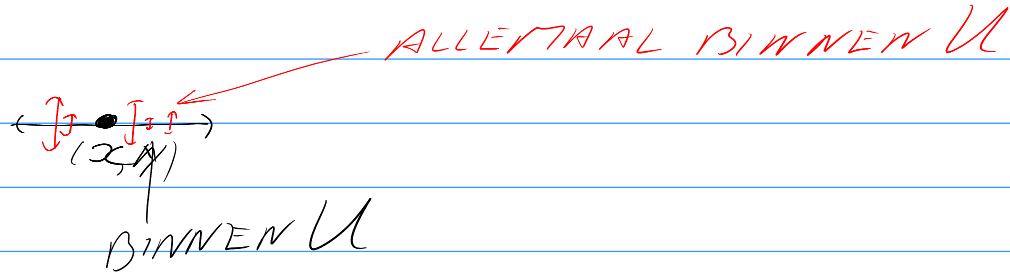
MET $(2^{-n} - s, 2^{-n} + s) \subseteq V$

DAN VOLGT $O \cap V \supseteq (2^{-n} - s, 2^{-n} + s) \cap ((-r, r) \setminus G) \neq \emptyset$

RADIALE TOPOLOGIE IS NIET REGULIER

BEKIJK DE D VAN HIERBOVEN EN EEN $x \in \mathbb{R}^2 \setminus D$.

ALS $U \ni (x,y)$, $V \supseteq D$ OPEN ZIJN DAN $U \cap V \neq \emptyset$.



NEEM $r > 0$ MET $(x-r, x+r) \times \{y\} \subseteq U$

VOOR ELKE z MET $x-r < z < x+r$

ZIT (z,y) DUS IN U

ER IS DUS EEN $\varepsilon_z > 0$

ZÓDAT

$$\{z\} \times (y-\varepsilon_z, y+\varepsilon_z) \subseteq U$$

VOOR ELKE $n \in \mathbb{N}$

BEKIJK

$$A_n = \{z : \varepsilon_z > 2^{-n}\} \subseteq \mathbb{R}$$

∇_0 CATEGORIESTELLING VAN BAIRE

ER IS EEN n ZÓDAT

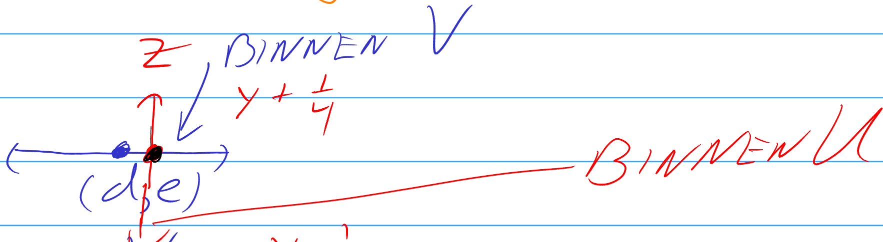
INT CL $A_n \neq \emptyset$

DE RODE LIJNSTUKJES LIGGEN SAMEN DICHT IN DE RECHTHOEK

$(x-r, x+r) \times (y-\frac{1}{4}, y+\frac{1}{4})$

IN DE GEWONE TOPOLOGIE.

ER IS EEN PUNT VAN D IN DE ORANJE RECHTOEK



(d,e) ZIT IN V. ER IS DUS EEN $\delta > 0$ ZÓ DAT

$$(d-\delta, d+\delta) \times \{e\} \subseteq V$$

NB

$$x - r < d < x + r$$

$$y - \frac{1}{4} < e < y + \frac{1}{4}$$

ER IS EEN $z \in A_n$ $(n = 2)$ MET $d-\delta < z < d+\delta$

$$\{z\} \times (y - \tfrac{1}{4}; y + \tfrac{1}{4}) \subseteq U$$

$$(d-\delta, d+\delta) \times \{e\} \subseteq V$$

HET PUNT $(z,e) \in U \cap V$

GEVOLG VAN ST VAN BAIRE:

DE MEESTE CONTINUE FUNCTIES VAN $[0,1]$ NAAR $\mathbb{R}$ ZYN IN <u>GEEN ENKEL</u> PUNT DIFF.BAAR.