OPGAVEN TOPOLOGIE (03)

AM3590

Opgave 1. Bewijs dat $\dim \mathbb{Q} = 0$ en $\dim C = 0$.

Opgave 2. Laat X een metrische ruimte zijn. Bewijs: als $\{F_i : i \leqslant n\}$ een eindige familie gesloten verzamelingen is met $\bigcap_{i \leqslant n} F_i = \emptyset$ dan bestaat een familie open verzamelingen, $\{O_i : i \leqslant n\}$ zó dat $F_i \subseteq O_i$ voor alle i, en $\bigcap_{i \leqslant n} \overline{O_i} = \emptyset$.

Opgave 3. (Een uitbreiding van de vorige opgave.) Laat X een metrische ruimte zijn. Bewijs: als $\{F_i : i \leqslant n\}$ een eindige familie gesloten verzamelingen is dan bestaat een familie open verzamelingen, $\{O_i : i \leqslant n\}$ zó dat $F_i \subseteq O_i$ voor alle i, en zó dat voor elke deelverzameling A van $\{i : i \leqslant n\}$ geldt

$$\bigcap_{i \in A} F_i = \emptyset \text{ dan en slechts dan als } \bigcap_{i \in A} \overline{O_i} = \emptyset.$$