OPGAVEN TOPOLOGIE (16)

AM3590

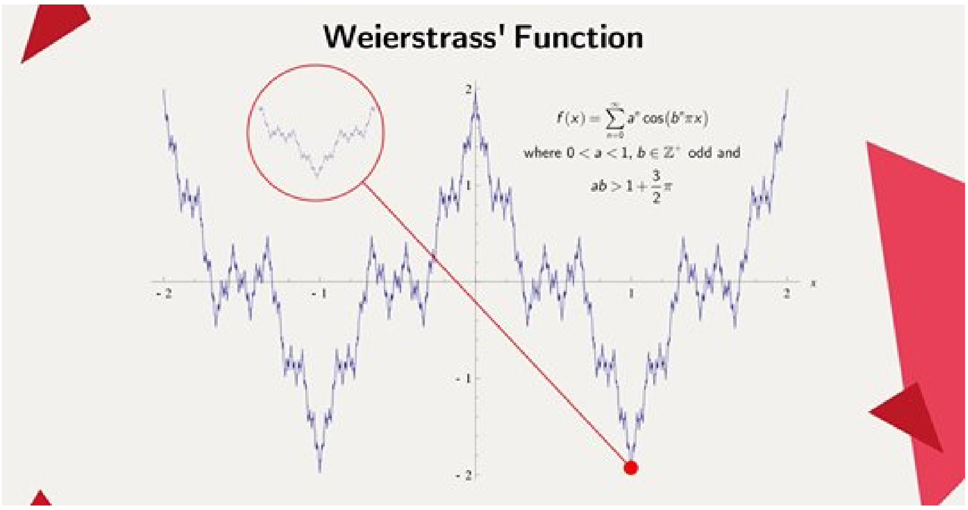
Opgave 1. Laat (X, τ) een topologische ruimte zijn en $A \subseteq X$.
a. Laat zien dat $\tau_A = \{O \cap A : O \in \tau\}$ een topologie op A is; de *deelruimtetopologie*.
b. Toon aan: als $A \in \tau$ en $B \in \tau_A$ dan $B \in \tau$.
c. Toon aan: als A gesloten in X is en $B \subseteq A$ is gesloten in A dan is B ook gesloten in X.

Opgave 2. Bestudeer het bewijs van de Categoriestelling van Baire zoals dat op college van 29 oktober gegeven is en pas het aan tot een bewijs van dezelfde stelling maar dan voor volledige metrische ruimten.

Opgave 3. Tijdens het college is de constructie geschetst van een aftelbare verzameling D in $\mathbb{R}^2$ die dicht is en die elke rechte lijn in ten hoogste twee punten snijdt. Werk die schets uit tot een net bewijs.

Opgave 4. Bewijs dat $\mathbb{Q}$ geen G_δ-verzameling in $\mathbb{R}$ is. *Hint*: Stel dat $\{O_n : n \in \mathbb{N}\}$ een rij open verzamelingen is met $\mathbb{Q} \subseteq O_n$ voor alle n. Bekijk de aftelbare familie $\{O_n : n \in \mathbb{N}\} \cup \{\mathbb{R} \setminus \{q\} : q \in \mathbb{Q}\}$.

Opgave 5. Ter ere van de verjaardag van Weierstrass op 31 oktober.



Bewijs dat de functie in dit plaatje nergens differentieerbaar is.