INFINITE DIMENSIONS

Prof. dr. J.M.A.M. van Neerven

INTREEREDE

Uitgesproken op 5 september 2008 ter gelegenheid van de aanvaarding van het ambt van Antoni van Leeuwenhoek hoogleraar Stochastische Analyse aan de Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica van de Technische Universiteit Delft.

Mijnheer de Rector Magnificus,
Mijnheer de Decaan,
Dames en heren Hoogleraren,
Geachte toehoorders,

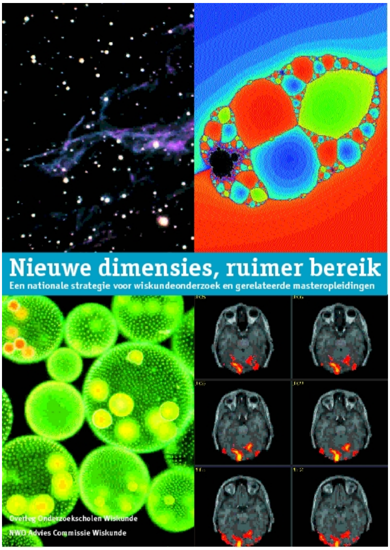
Het predicaat 'één-dimensionaal' is niet bepaald een compliment. Mensen met één-dimensionale opvattingen kunt u beter mijden. Beter is het om 'nieuwe dimensies te openen' of, iets bescheidener, 'een nieuwe dimensie toe te voegen'. Dit zijn geliefde bezigheden, getuige het grote aantal treffers op Google: de zoekterm 'nieuwe dimensie' levert bijna 200 000 treffers op. 'New dimension' doet het nog beter met ruim 6 000 000 treffers. Hoe meer dimensies hoe beter, zo lijkt het!

Ongetwijfeld heeft u zich wel eens afgevraagd hoeveel dimensies er nu "werkelijk" zijn. De bewoners van de bekende novelle *Flatland*[1] van de 19e-eeuwse schrijver Edwin Abbott Abbott moeten het stellen met twee dimensies, hetgeen nogal wat beperkingen blijkt op te leggen. Onze eigen wereld heeft er drie. Waarom weet eigenlijk niemand, sterker nog, fysici speculeren druk over het bestaan van extra dimensies, die op geheimzinnige wijze zijn opgerold en zich daardoor aan onze waarneming onttrekken.

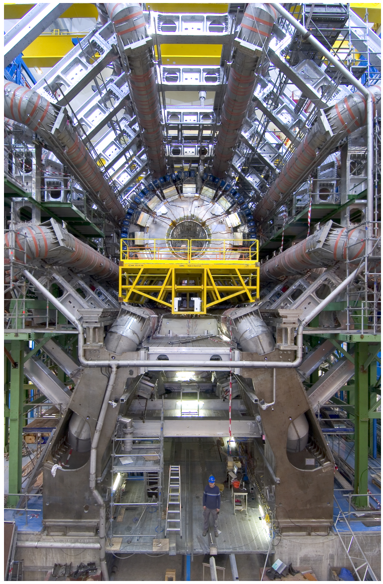
Als het al niet duidelijk is of er méér dan drie dimensies bestaan, waarom zou men zich dan druk maken over oneindig veel dimensies? En dat aan een technische universiteit? Met tegenwerpingen als deze krijgt men als wiskundige vaak te maken. In hun nogal achteloze vanzelfsprekendheid geven zij uiting aan bekende misvattingen over de aard van wiskunde en de wijze waarop zij wordt beoefend en toegepast.

In het algemeen kan gesteld worden dat de wiskunde een problematisch imago heeft bij het algemene publiek. Als men zichzelf als wiskundige voorstelt, dan wordt steevast gereageerd met de woorden dat hij/zij vroeger 'erg slecht' was in wiskunde. Niet zelden gaat dit vergezeld met een gezichtsuitdrukking die verraadt dat hij/zij zich daar in het geheel niet voor schaamt. Dit is opmerkelijk, want "in feite geeft men toe niet logisch te kunnen denken".[2]

Stelt u zich eens voor dat u schrijver bent en ik u met gepaste trots vertel dat ik vroeger al erg slecht in lezen was en dat ik van literatuur niets begrijp. Ongetwijfeld zou ik mijzelf meteen bij u diskwalificeren. Het le-



(a) van wiskundigen



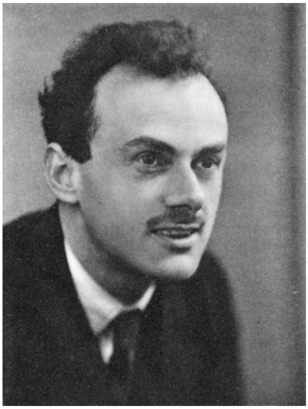
(b) van fysici

Figuur 1: Nieuwe dimensies

ren waarderen van literatuur is onlosmakelijk verbonden met een goede educatie. Dat literatuur geen enkele bijdrage levert aan het oplossen van de problemen van deze wereld is niet van belang; ‘nut’ is immers niet het criterium waarop kunst beoordeeld wordt. ‘Begrijpelijkheid’ evenmin. Paul Dirac, een van de grondleggers van de quantummechanica en winnaar van de Nobelprijs voor natuurkunde in 1933, schijnt de volgende grap te hebben gemaakt toen hij hoorde dat Robert Oppenheimer, een ander bekend natuurkundige, in zijn vrije tijd gedichten schreef:

> “In science one tries to tell people, in such a way as to be understood by everyone, something that no one ever knew before. But in the case of poetry, it’s the exact opposite!”[3]

In haar formele strengheid is wiskunde zelf een vorm van kunst. Een kunst die haar waarheden onweerlegbaar voor de eeuwigheid vastlegt in elegante bewijzen. Het is een paradox dat wiskunde, juist dóór haar vol-



Figuur 2: Paul Dirac (1902-1984)

ledige begrijpelijkheid, een kunst is met een uiterst klein publiek. Haar toepassingen daarentegen doordringen onze gehele maatschappij. Uw mobiele telefoon, uw DVD speler, de MRI scan in het ziekenhuis, ons bankwezen, het dienstrooster van de spoorwegen, allemaal maken zij gebruik van moderne wiskunde. Dit is geen toeval: de wetten der natuur zijn immers geschreven in de taal der wiskunde. Daar waar wij de dingen om ons heen naar onze hand zetten is wiskunde als vanzelfsprekend ons gereedschap.

De houding van het grote publiek ten aanzien van wiskunde is vermoedelijk te verklaren uit een misconceptie over de aard van wiskunde. Het beeld bestaat van wiskunde als een soort hogere rekenkunst voor bollebozen. Dat is niet verwonderlijk als men naar het huidige schoolcurriculum kijkt, waar abstractie en redeneerkunst nagenoeg verdwenen zijn en de schoolboeken grossieren in onduidelijkheden. Nu is het zeker zo dat wiskundigen meestal goed zijn in rekenen. Een niet al te grote staartdeling kan ik met pen en papier zeer wel uitvoeren. Maar dat kunt u ook (als u boven de 35 bent), en als het lastiger wordt grijp ik net als u naar de rekenmachine. Men zou een wiskundige eerder kunnen typeren als iemand die slimme methoden bedenkt om rekenwerk te vermijden. Een wiskundige herkent structuren en bewijst dan algemene stellingen die een veelheid aan speciale gevallen omvatten. Daarnaast bedenkt hij snelle algoritmen om het échte rekenwerk efficiënt door een computer te laten doen. 'Rekenen' is een woord dat veel wiskundigen met een zekere afkeer in de mond nemen.

Aan de hand van een voorbeeld, ontleend aan mijn eigen onderzoek en gemotiveerd vanuit de toepassingen, wil ik u tonen dat wiskunde meer is dan rekenkunst. Het zal u opvallen dat er in het geheel niet gerekend wordt. Er wordt geredeneerd. Niet alleen hoop ik u iets te laten zien van de elegantie van het wiskundige denken, tegelijk hoop ik u te overtuigen dat geavanceerde wiskunde onontbeerlijk gereedschap is voor de toegepast wiskundige. Aan het eind van mijn rede zal ik met u stilstaan bij de consequenties van deze vaststelling voor onze opleiding tot wiskundig ingenieur.

Mijn leeropdracht behelst de 'Stochastisch Analyse'. In dat kader houd ik mij bezig met het toepassen van analytische methoden bij de bestudering van stochastische partiële differentiaalvergelijkingen. Dit zijn vergelijkingen die de tijdsevolutie beschrijven van een systeem dat onderhevig is aan toevallige invloeden (zogenaamde 'ruis'). Men kan denken aan objecten die blootstaan aan de interactie met luchtmoleculen, aan stromende vloeistof die zelf uit door elkaar heen bewegende moleculen bestaat, of aan populaties in een habitat waar op onvoorspelbare plaatsen predatoren op de loer liggen.

Slechts in sporadische gevallen is het mogelijk om differentiaalvergelijkingen expliciet op te lossen. In het algemeen is men aangewezen op abstracte en vaak indirecte methoden om het bestaan van oplossingen te bewijzen en die op hun eigenschappen te onderzoeken. Dat laatste blijkt mogelijk te zijn zonder de oplossing expliciet te kennen; in de regel is men ook niet werkelijk geïnteresseerd in een precieze formule, maar alleen in kwalitatieve eigenschappen zoals convergentie naar een stabiele limiet. Het is hier waar technieken uit de oneindig-dimensionale analyse een belangrijke rol spelen.

We laten de ruis nog even buiten beschouwing en nemen als uitgangspunt de *warmtevergelijking*. Stelt u zich een object in n dimensies voor; in dimensie $n = 1$ kunnen we denken aan een staaf, in dimensie $n = 2$ aan een plaat en in dimensie $n = 3$ aan een blok. Wiskundig beschrijven we het object als een niet-lege open deelverzameling D van de n-dimensionale Euclidische ruimte $\mathbb{R}^n$ (met 'open' bedoelen we dat D geen punten van zijn rand bevat; hiermee voorkomen we dat D te grillig kan worden). We zijn geïnteresseerd in de vraag hoe de warmte zich als functie van tijd en plaats verspreidt. Dit diffusieproces wordt beschreven door de partiële differentiaalvergelijking

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t}(t,x) = \Delta u(t,x), \\ u(0,x) = f(x). \end{cases} \tag{1}$$

Hier is

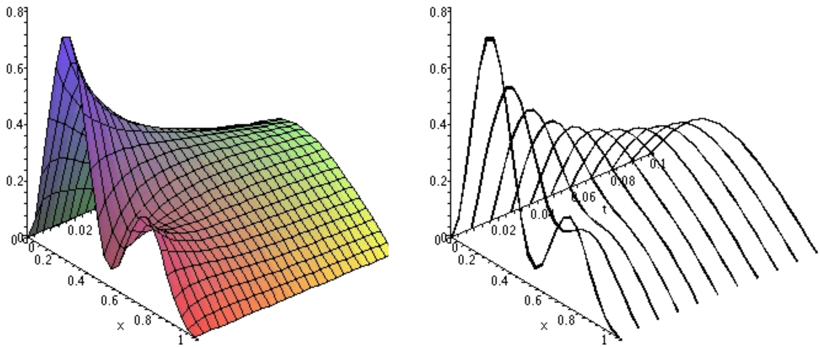
$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \cdots + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2}$$

de Laplace operator. De onbekende functie u beschrijft het verloop van de temperatuur als functie van de tijd en plaats; $u(t,x)$ geeft de temperatuur op tijdstip t en plaats x. We veronderstellen dat op tijdstip $t = 0$ het temperatuurprofiel wordt gegeven door een functie f. Tenslotte specificeren we wat er op de rand van D gebeurt: we kunnen bijvoorbeeld de temperatuur op een vaste waarde houden of ervoor zorgen dat er geen warmteuitwisseling met de omgeving kan plaatsvinden. Door tijd en plaats te discretiseren kunnen we het warmtetransport in een computer simuleren. Dit levert uiteraard slechts een benadering van wat er zich in werkelijkheid afspeelt. Dat laatste kunnen we onderzoeken met behulp van oneindig-dimensionale technieken. In plaats van u te beschouwen als een reëel-waardige functie van de twee variabelen t en x knippen we u als het ware in 'plakjes', voor ieder tijdstip t een plakje. Zie figuur 3.

Zo'n plakje is een functie die alleen van de variabele x afhangt en de temperatuurverdeling ten tijde t beschrijft. Op fysische gronden is het aannemelijk om te veronderstellen dat deze plakjes *integreerbare* functies zijn; hun integralen kunnen we dan interpreteren als de totale (eindige) warmte-inhoud. De klasse van integreerbare functies op D wordt meestal genoteerd als $L^1(D)$. Het is een zogenaamde lineaire vectorruimte, wat zoveel wil zeggen dat veelvouden en sommen van integreerbare functies wederom integreerbaar zijn. Dit levert ons een functie U, met waarden in $L^1(D)$, gedefiniëerd door het voorschrift

$$(U(t))(x) = u(t,x).$$

Wat helpt ons dit verder? Door de variabele x in zekere zin te elimineren (U hangt alleen expliciet van t af) hebben we de *partële differentiaal-*



Figuur 3: Oplossing van de warmtevergelijking voor $n = 1$ en $D = (0, 1)$ in ‘plakjes’ geknipt

vergelijking voor u herschreven tot een *gewone differentiaalvergelijking* voor U:

$$\begin{cases} \dfrac{dU}{dt}(t) = \Delta U(t), \\ U(0) = f. \end{cases} \tag{2}$$

Een oplossing van (2) kunnen we ons voorstellen als een ‘pad’ in $L^1(D)$ dat vertrekt in het ‘punt’ f. Op ieder tijdstip t geeft $U(t)$, als functie in $L^1(D)$, de warmteverdeling op tijdstip t.

We onderbreken ons betoog voor een kort intermezzo. We noemen een vectorruimte V *eindig-dimensionaal* als we een eindige verzameling elementen in V kunnen vinden met de eigenschap dat ieder element van V op een unieke wijze geschreven kan worden als een lineaire combinatie van deze elementen. Zo’n verzameling noemen we een *basis* voor V. Er kunnen tal van verschillende bases voor één en dezelfde vectorruimte bestaan, maar iedere basis bestaat uit evenveel elementen. Dat aantal noemen we de *dimensie* van V. Voorbeelden kent u: de reële lijn $\mathbb{R}$ heeft dimensie 1, het platte vlak $\mathbb{R}^2$ heeft dimensie 2, en de drie-dimensionale ruimte $\mathbb{R}^3$ heeft dimensie 3 (het woord zegt het al).

Men kan bewijzen dat de vectorruimte $L^1(D)$ *oneindig-dimensionaal* is, waarmee we bedoelen dat $L^1(D)$ niet eindig-dimensionaal is. Daar is niets geheimzinnigs aan; het betekent enkel dat er 'erg veel' integreerbare functies zijn. Het is de prijs die we betalen om de partiële differentiaalvergelijking (1) te herschrijven tot de gewone differentiaalvergelijking (2). Daar staat tegenover dat we goed weten hoe we gewone differentiaalvergelijkingen kunnen oplossen, en de zojuist beschreven techniek stelt ons in staat deze kennis overdragen op partiële differentiaalvergelijkingen. Dit ogenschijnlijk eenvoudige idee blijkt bijzonder effectief en heeft verstrekkende consequenties.

We nemen de lijn van ons betoog weer op en vragen ons vervolgens af hoe we de differentiaalvergelijking (2) kunnen oplossen. Vroeg in de vorige eeuw realiseerde men zich dat hiervoor een uitbreiding nodig is van de analyse en lineaire algebra naar oneindig-dimensionale ruimten. Deze theorie is verbonden met de namen van Volterra, Riesz, Hilbert, Banach en velen anderen. Velen van u zullen deze hier voor het eerst horen, maar voor wiskundigen zijn het de namen van illustere helden. Het succes van de theorie waarvan zij de grondleggers zijn, de zogenaamde *functionaalanalyse*, is weergaloos. De moderne theorie van partiële differentiaalvergelijkingen is er grotendeels op gebaseerd, maar ook bijvoorbeeld de wiskundige grondslagen van de quantummechanica.

Met behulp van enige analyse en lineaire algebra kunnen we een lineaire differentiaalvergelijking in eindig veel dimensies oplossen met behulp van de exponentiële functie. Dit suggereert de volgende formule voor de oplossing van de warmtevergelijking:

$$U(t) = \exp(t\Delta)f.$$

Met behulp van functionaalanalytische methoden kan men een precieze definitie van de operatoren $\exp(t\Delta)$ geven (bijvoorbeeld als generalisatie van Eulers formule voor de exponentiële functie) en bewijzen dat de zojuist gegeven functie U de differentiaalvergelijking (2) inderdaad oplost. De operatoren $\exp(t\Delta)$ worden dan ook de *oplossingsoperatoren* voor de warmtevergelijking genoemd. Zij beelden de beginwaarde f af op de toestand op tijd t en voldoen aan de volgende algebraïsche relaties, de zogenaamde *halfgroeprelaties*:

$$\exp(0\Delta) = I, \qquad \exp(s\Delta)\exp(t\Delta) = \exp((s+t)\Delta).$$

Figuur 4: Boven: Vito Volterra (1860-1940), David Hilbert (1862-1943), onder: Frigyes Riesz (1880-1956), Stefan Banach (1892-1945)

De eerste identiteit drukt uit dat er op tijdstip $t = 0$ nog niets gebeurd is, en de tweede dat het niet uitmaakt of we de tijd eerst t eenheden laten lopen en dan nog eens s eenheden, of $s + t$ eenheden in één keer.

Slechts voor zeer speciale gebieden D kan men de operatoren $\exp(t\Delta)$ expliciet bepalen. Als we $D = \mathbb{R}^n$ nemen geldt bijvoorbeeld

$$\exp(t\Delta)f(x) = \frac{1}{\sqrt{(4\pi t)^n}} \int_{\mathbb{R}^n} f(y) \exp(-|x-y|^2)/4t)\, dy.$$

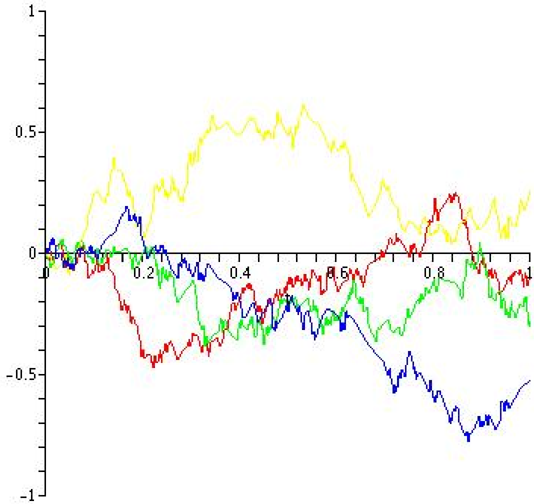
Voor de meeste gebieden D echter moet men het stellen met de wetenschap dat de existentie van een familie oplossingsoperatoren verzekerd is. Desondanks is het mogelijk om kwalitatieve eigenschappen van de oplossingen zeer precies te onderzoeken. Ook lenen deze abstracte methoden zich voor het oplossen van veel algemenere partiële differentiaalvergelijkingen, waarbij de eenvoudige Laplace operator vervangen wordt door een ingewikkeldere differentiaaloperator. Het is belangrijk er op te wijzen dat 19e-eeuwse methoden voor het oplossen van partiële differentiaalvergelijkingen, zoals scheiding van variabelen, voor deze doeleinden volledig tekortschieten.

Nu we gezien hebben hoe we met behulp van oneindig-dimensionale methoden partiële differentiaalvergelijkingen kunnen oplossen is het tijd om een ruisbron te introduceren. De introductie van ruis creëert geheel nieuwe problemen, niet in de laatste plaats van modelmatige aard. Intuïtief begrijpt iedereen wat we met 'ruis' bedoelen, maar het is niet gemakkelijk er een precies wiskundig formalisme voor te ontwerpen. Ik zal schetsen hoe dit in zijn werk gaat.

We beginnen eenvoudig. Stelt u zich een puntdeeltje voor dat in één dimensie op en neer kan bewegen. Het deeltje staat bloot aan een continu bombardement van veel kleinere deeltjes. Onder invloed van de botsingen zal het op een grillige wijze heen en weer gaan bewegen. Een grafische weergave van vier typisch paden wordt gegeven in Figuur 5. De positie van het deeltje is verticaal uitgezet tegen de tijd op de horizontale as. Het toevalsproces dat we hier beschreven hebben noemen we een *Brownse beweging*, vernoemd naar de Engelse botanist Robert Brown (1773-1858) die deze beweging (in twee dimensies) voor het eerst waarnam onder een microscoop bij het bestuderen van stuifmeel.

We keren terug naar het gebied D en stellen ons voor dat ieder punt van het gebied blootstaat een bombardement zoals hierboven beschreven. Bij iedere impact kunnen er koude of warme deeltjes worden weggeschoten, waardoor locaal de temperatuur iets stijgt of daalt. Deze fluctuaties hangen zowel van de tijd als van de plaats af. We modelleren zulke ruis als een *Brownse beweging over het gebied D*. Het voert te ver hier de precieze definitie te geven; we stellen ons als het ware voor dat het gebied D voortdurend getroffen wordt door toevallige *functies* gedefiniëerd op D.

De precieze wiskundige formulering leidt tot een stochastische partiële



Figuur 5: Vier Brownse paden in dimensie $n = 1$ als functie van de tijd

differentiaalvergelijking van de volgende vorm:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t}(t,x) = \Delta u(t,x) + \dfrac{\partial B}{\partial t}(t,x), \\ u(0,x) = f(x), \end{cases}$$

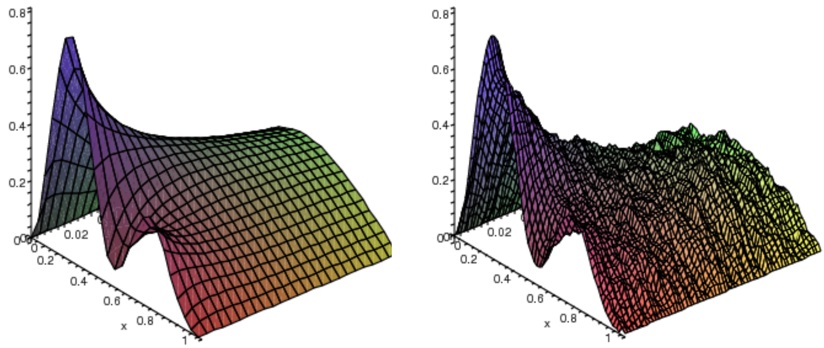
waarbij de extra term de ruis representeert. Net als eerder kunnen we deze vergelijking omschrijven tot een stochastische differentiaalvergelijking in $L^1(D)$,

$$\begin{cases} \dfrac{dU}{dt}(t) = \Delta U(t) + \dfrac{dB}{dt}(t), \\ U(0) = f, \end{cases}$$

waarbij B nu een Brownse beweging over D voorstelt. 'Ruis' interpreteren we dus als de 'afgeleide' van B; een precieze rechtvaardiging hiervoor kan gegeven worden met de zogenaamde centrale limietstelling uit de kansrekening.

Tot voor kort was het onduidelijk hoe vergelijkingen als deze wiskundig kunnen worden opgelost. De moeilijkheid zit hem in de vraag hoe men grip krijgt op oneindig-dimensionale ruis. Dit probleem was het onderwerp van mijn NWO-VIDI project 'Stochastic integration in Banach spaces and applications to stochastic evolution equations'. In samenwerking met mijn toenmalige promovendus Mark Veraar en collega Lutz Weis uit Karlsruhe is het gelukt dit probleem geheel op te lossen. Hiervoor was het nodig om nieuwe oneindig-dimensionale technieken te bedenken, waarbij de inspiratie in belangrijke mate werd ontleend aan recente ontwikkelingen in ander modern vakgebied in de wiskunde, de harmonische analyse. Het bestaan van verbanden tussen zulke ogenschijnlijk disjunctie vakgebieden is opmerkelijk en duidt op een diepere eenheid in de wiskunde. Deze verbanden worden nader onderzocht in mijn huidige NWO-VICI project 'Infinite-dimensional stochastic analysis and harmonic analysis'.

Figuur 6 toont een numerieke benadering van oplossing zonder en met ruis. De figuur rechts is gebaseerd op een convergentieresultaat voor een benaderingsalgoritme dat voorvloeit uit de zojuist genoemde nieuwe theoretische resultaten.



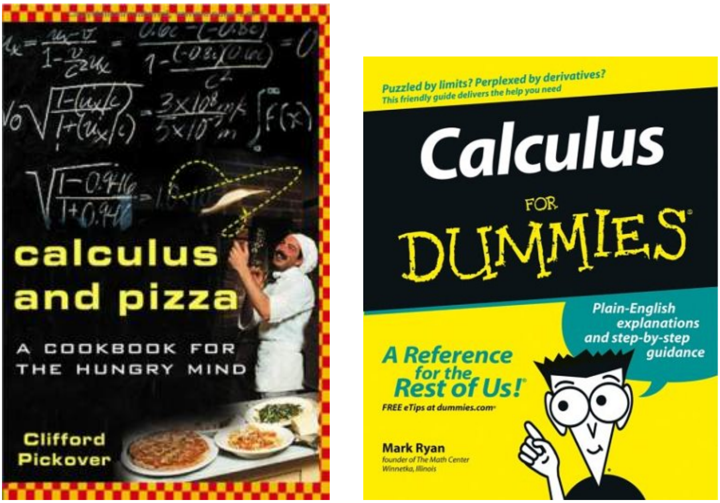
Figuur 6: Oplossing van de warmtevergelijking met ruis voor $d = 1$ en $D = (0, 1)$

Ik hoop u te hebben laten zien dat ogenschijnlijk eenvoudige vragen uit de praktijk kunnen leiden tot complexe wiskundige problemen die enkel met geavanceerde technieken kunnen worden beantwoord. Voor de ingenieurspraktijk is het derhalve van belang kennis te hebben van moderne wiskunde. In de opleiding tot wiskundig ingenieur dient er dan ook voldoende aandacht aan te worden besteed. Een wiskundig ingenieur moet meer kunnen dan modelleren alleen, hij dient ook in staat te zijn de wiskundige vraagstukken die uit zijn modellen voortvloeien op te lossen. Dit vergt een forse investering, waarmee in een vroeg stadium van de studie moet worden begonnen. Het abstractieniveau van moderne wiskunde is hoog en het technisch raffinement overweldigend. De weg er naar toe is lang, maar wie hem bewandelt wordt rijkelijk beloond.

Het is in dit verband interessant om een vergelijking te maken met vooraanstaande technische universiteiten in het buitenland. In de Verenigde Staten hebben instellingen zoals het CalTech en MIT over het algemeen zowel een sectie Mathematics als een sectie Applied Mathematics. Het hier gepresenteerde onderzoek, dat op u wellicht is overgekomen als in hoge mate abstract en fundamenteel, zou aan deze instellingen zijn ondergebracht in de sectie Applied Mathematics. De secties Mathematics houden zich uitsluitend met zuiver wiskundig onderzoek van het hoogste niveau bezig; de vraag naar toepassingsrelevantie wordt daar niet gesteld. Dat hoeft ook niet: veel fundamentele wiskunde is gemotiveerd is vanuit toepassingen, bijvoorbeeld in de theoretische natuurkunde. Daarnaast vindt de meeste wiskunde, ook de meest theoretische, vroeg of laat haar weg naar goede toepassingen. De scheidslijn tussen 'toegepast' en 'zuiver' is bij nader inzien zo smal dat het onderscheid nauwelijks zinvol is. Het getuigt dan ook van visie om niet alleen in te zetten op direct toepasbaar wiskundig onderzoek, maar tevens ruimte te bieden aan meer fundamenteel onderzoek.

Onze opleiding tot wiskundig ingenieur is bij de invoering van het Ba/Ma stelsel gefuseerd met de wiskundeopleiding in Leiden en is daarbij geheel vernieuwd, met een goed evenwicht tussen theorie en praktijk. Het gemeenschappelijke curriculum met de Universiteit Leiden is verrijkend voor de studenten en biedt veel keuzemogelijkheden. Toch zie ik ook nieuwe kansen. Zo ontbreekt een initiatief om de betere student naar Delft te lokken. Verschillende Nederlandse universiteiten hebben zo'n initiatief met veel succes gerealiseerd. Een dubbele bachelor, zoals Leiden die in combinatie met natuurkunde aanbiedt, zou binnen onze faculteit EWI gerealiseerd kunnen worden met elektrotechniek of informatica. De eerlijkheid gebiedt echter te zeggen dat ik twijfel of die bij studenten in een werkelijke vraag zou voorzien. Mijn voorkeur gaat eerder uit naar een honours-variant met meer aandacht voor wiskundige verdieping. Door een combinatie van twee omstandigheden blijft ons curriculum op dit punt enigszins achter: met de introductie van de Ba/Ma zijn enkele wiskundige vakken gesneuveld om ruimte te creëren voor de minors, en de wens tot studeerbaarheid heeft geleid tot de introductie van calculus als gedeeltelijke vervanging van het analyseonderwijs. Een honours-variant kan hier tegenwicht aan bieden en zet onze opleiding op de kaart als een opleiding met ambities en met een uitstraling naar de bovengemiddelde student.

Ik wil iets langer stilstaan bij het gebruik van calculusboeken, aangezien dit het onderwijs in mijn eigen vak raakt. We hebben te maken met een landelijke trend, waarbij ook de professionalisering van de univer-



(a) veel recepten, weinig bewijzen (b) niet voor studenten

Figuur 7: Calculus

sitaire onderwijs een rol speelt. Engelstalige boeken doen het beter bij visitaties en accreditaties dan zelfgeschreven syllabi. Ook kan men verdedigen dat calculusboeken de aansluiting met het vwo verbeteren. Maar daar waar een inhaalslag broodnodig is wordt nu voortgemodderd. Calculus is voor het universitaire studie wiskunde wat realistisch rekenen is voor het vwo. Calculusboeken zijn als reusachtige puddingen, waar de theorie als kleine krenten in rondzweeft. De ervaring leert dat studenten er niet in slagen die krenten er uit te vissen. De hele pudding opeten gaat niet; dan word je ziek. Studenten concentreren zich dan ook op de toefjes slagroom boven op de pudding, de opgaven, die zij proberen te verorberen terwijl de pudding zelf onaangeroerd blijft. Als zij dan in de latere jaren gezonde kost krijgen voorgeschoteld hebben zij niet geleerd die te verteren. Deze achterstand wordt in de meeste gevallen nooit meer goedgemaakt.

De eetproblemen beginnen al eerder. Dit brengt ons bij een onderwerp waarover een intensief maatschappelijk debat gaande is: de kwaliteit van het middelbaar onderwijs. Ik weersta de verleiding om mij er vanaf dit spreekgestoelte in te mengen en wil slechts ingaan op enkele aspecten die naar mijn mening bijzondere aandacht verdienen.

In Nederland hebben de universiteiten, anders dan in de ons omringende landen, niet het monopolie op de eerstegraads lerarenopleiding. De universitaire lerarenopleidingen leveren jaarlijks slechts een gering aantal eerstegraads bevoegde leraren af, bij lange na niet voldoende om in de landelijke vraag te voorzien. Als gevolg hiervan is academisch gevormde leraar op het vwo een steeds zeldzamer wordend verschijnsel. Dit is zorgelijk, want alleen de academisch gevormde leraar is in staat over de beperkingen van het schoolboek heen te kijken, met verbeelding méér dan alleen zijn vak te doceren, en zo verwondering en intellectuele nieuwsgierigheid bij de leerling aan te wakkeren. Sprekend in analogieën: hij leert scholieren niet alleen Griekse woorden spellen, maar leest met hen ook Homerus.

Een kleine persoonlijke anekdote illustreert mijn punt. Als scholier liep ik op een dag tegen de volgende identiteit aan:

$$\tfrac{1}{1} - \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5} - \tfrac{1}{7} + \tfrac{1}{9} - \tfrac{1}{11} + \quad \ldots \; = \; \tfrac{1}{4}\pi,$$

waarbij $\pi = 3.14159265\ldots$ de omtrek van een cirkel met diameter 1 voorstelt. Een wonderbaarlijke identiteit die mij buitengewoon fascineerde. Hoe kan het zijn dat de rij oneven getallen iets met het getal π te maken heeft, en waarom moet men afwisselend optellen en aftrekken? Wat had ik mij verheugd als iemand het mij had kunnen uitleggen! Achteraf blijkt vwo-wiskunde voldoende om dit te begrijpen. Hier werd een kans gemist. In de onjuiste veronderstelling dat universitaire wiskunde slechts bestaat uit het maken van steeds moeilijkere sommen heb ik voor een andere studie gekozen. Via biologie ben ik uiteindelijk toch bij wiskunde terechtgekomen, maar dat gebeurde pas nadat ik in de ban raakte van de fraaie bewijzen in een syllabus 'Analyse I' die ik min of meer toevallig had aangeschaft voor zelfstudie.

In de sectorplannen[4] Natuurkunde en Scheikunde, die onlangs vanuit de academische gemeenschap aan het ministerie van OCW zijn gepresenteerd, wordt gepleit voor het laten indalen van de tweedegraads leraarsbevoegdheid in de bachelorstudie. Het sectorplan Wiskunde, dat momenteel in voorbereiding is en voor de totstandkoming waarvan ik mede verantwoordelijk ben, zal met een voorstel komen dat nog iets verder gaat. Deze aanbevelingen dienen te worden bezien tegen de achtergrond van het gegeven dat het vakinhoudelijke niveau van de huidige eerstegraads lerarenopleiding aan het hbo achterblijft bij de universitaire wiskundepropedeuse. Door de leraarsbevoegdheid laagdrempeliger te maken kan men het aantal leraren met een academische achtergrond wezenlijk doen toenemen. Ik doe dan ook een beroep op onze bestuurders het pleidooi van de sectorplannen serieus in overweging te nemen. Zeker, aan onze universiteit staat het enigszins op gespannen voet met de huidige master Science, Education, and Communication, maar op voorhand onverenigbaar ermee is het geenszins.

Dit laat onverlet dat ook de status van het leraarsberoep voor academici verbeterd dient te worden. Want niet alleen hebben we steeds minder vakbekwame leraren, zij worden slecht betaald en bij de vele hervormingen is de rol van de leraar als kennisdrager en kennisoverdrager steeds verder gemarginaliseerd. Door schaalvergroting en professionalisering hebben managers en bestuurders steeds meer de overhand gekregen in het onderwijsproces. Zij bepalen hoe dat er uit ziet, en niet de leraren zelf. In zijn scherpe essay *Geschonden Beroepseer*[5] analyseert Ad Verbrugge, filosoof en oprichter van de Vereniging Beter Onderwijs Nederland, deze cultuuromslag als volgt:

> "De hedendaagse managementcultuur transformeert op ingrijpende wijze de context waarin werk wordt verricht. (...) Het modieuze spreken over professionaliseren is een ironische ver-

> hulling van wat er momenteel aan de hand is: de transformatie van talloze professies tot 'processies'. (...) Hij (de werknemer, JvN) moet zich verantwoorden aan de hand van meetbare output die wordt verwerkt in een verrekenmodel waarmee hij het niet eens is. Of hij zijn werk goed of slecht doet, wordt aan de hand daarvan beoordeeld door mensen die weinig verstand hebben van zijn werk, maar wel bepalen wat zijn werkmogelijkheden zijn en wat hij moet doen."

Wij kunnen lering trekken uit deze fouten. Het ligt voor de hand om het essay van Verbrugge, dat betrekking heeft op de situatie in het onderwijs en de zorg, door te trekken naar de universiteiten. Ook die zijn in hoog tempo aan het professionaliseren. De TU Delft wil zich nadrukkelijk profileren als leverancier van hoogwaardige kennis, en valorisatie staat hoog op de agenda. We zien daardoor een toenemende sturing vanuit het management. Laten we echter niet uit het oog verliezen dat de primaire missies van de universiteit nog steeds het onderwijs en het onderzoek zijn. Alle andere activiteiten zijn daarvan afgeleid. Het zijn de hoogleraren die voor de primaire missies de inhoudelijke eindverantwoordelijkheid dragen. Het creatieve proces laat zich niet van bovenaf controleren of kwantificeren, het is gebaat bij onafhankelijkheid en academische vrijheid. Gedrevenheid, nieuwsgierigheid en dilettantisme zijn de bron van wetenschappelijke creativiteit, zowel in het onderwijs als in het onderzoek. De beste voedingsbodem daarvoor is vertrouwen.

Dames en heren, ik ga afsluiten. Met het uitspreken van deze rede aanvaard ik het ambt van Antoni van Leeuwenhoek hoogleraar. Ik dank het College van Bestuur van onze universiteit voor het vertrouwen dat zij met deze eervolle benoeming in mij stelt. Ik zal trachten het ambt naar beste vermogens te bekleden. Daarbij weet ik mij geïnspireerd door mijn leermeesters en mentoren, die mij altijd tot voorbeeld hebben gediend en tot wie ik nu een woord van dank wil richten.

Waarde Diekmann, beste Odo, het onderzoeksproject waarop ik, als afgestudeerd bioloog/wiskundige, te werk werd gesteld betrof het toepassen van halfgroepen van operatoren op niet-lineaire populatiemodellen. Zoals je weet is daarvan weinig terecht gekomen. Al snel werd ik gegrepen door de functionaalanalyse en stortte ik mij vol enthousiasme op de dualiteitstheorie van operator-halfgroepen op Banachruimten. Jij ontmoedigde mij niet, integendeel, je hielp mij juist verder door mij in contact te brengen met Ben de Pagter, toen nog universitair docent in groep van professor Philippe Clément aan de TU Delft. Ik ben je erg dankbaar voor de grote vrijheid die ik van je kreeg om als onderzoeker zelfstandig mijn weg te kiezen.

Waarde de Pagter, beste Ben, zoals al gezegd raakte jij in een vroeg stadium betrokken bij mijn promotieonderzoek. Met veel plezier denk ik terug aan onze eerste discussies, die leidden tot drie gemeenschappelijke publicaties. Uiteindelijk werd jij copromotor bij de verdediging van mijn proefschrift. De basis was gelegd voor een langdurige samenwerking, eerst op wiskundig gebied en later ook op het collegiale vlak. Ik dank je voor alle steun die ik, voor en na mijn promotie, van je ontvangen heb en verheug mij op onze toekomstige samenwerking als collega-hoogleraren.

Waarde Clément, beste Philippe, nog als de dag van gisteren herinner ik mij het seminarium over UMD ruimten, dat ik als beginnend promovendus op aanraden van Odo bij jou heb gevolgd. Ik kon toen nog niet weten welke doorslaggevende rol de probabilistische technieken die hier behandeld werden in mijn toekomstige werk zouden gaan spelen. Jij onderkende hun belang echter direct. Dankzij jouw visie is Delft al geruime tijd toonaangevend in ons vakgebied. Met jouw steun ben ik, na postdoctorale omzwervingen in het buitenland, teruggekeerd naar Nederland, eerst als Akademieonderzoeker en vervolgens als wetenschappelijk medewerker in jouw groep. Meer dan leidinggevende was je bovenal mijn mentor, en ik dank je voor de vele waardevolle adviezen die je mij in de loop der jaren hebt gegeven.

Waarde Weis, beste Lutz, ich danke Dir für die großartige Zusammenarbeit über viele Jahre hinweg. Unsere erste Arbeit stammt aus 1995, und es sollten viele folgen. Leider mußte ich Dein Angebot, 6 Jahre nach Karlsruhe zu kommen, ablehnen, da ich gerade ein Fellowship der Niederländischen Akademie bekommen hatte. Dies aber hat unsere spätere Zusammenarbeit nicht im Wege gestanden. Ich freue mich sehr, daß Du heute hier bist!

Waarde Nagel, beste Rainer, ik danke Dir für die schöne Zeit die ich in Tübingen verbracht habe: ein halbes Jahr als Doktorand und zwei weitere Jahre als Postdoc. Die beiden Aufenthalte waren inspirierend und produktiv, insbesondere durch Deine Begeisterungsfähigkeit und die wunderbare Athmosphäre der Arbeitsgemeinschaft Funktionalanalysis.

Mijn eerste leermeesters waren mijn ouders en aan hen ben ik de meeste dank verschuldigd. Als ware academici hebben zij mij voorgehouden om talenten ten volle te benutten en te strijden voor idealen. Vader en moeder, het vervult mij met blijdschap en dank jullie vandaag, ondanks slechte gezondheid, te mogen begroeten in het cortège.

Dames en heren, het succes van een wetenschapper wordt ook in belangrijke mate bepaald door zijn omgeving. Tijdens mijn promotiejaren en daarna als universitair docent in Delft heb het bijzonder getroffen met mijn kamergenoten. Waarde Heesterbeek, beste Hans; waarde Koelink, beste Erik, bedankt voor de gezellige jaren waar ik met plezier aan terugdenk.

De leerstoel Analyse is te groot om haar stafleden, promovendi en ondersteuners allen bij naam te noemen. Toch wil ik, naast diegenen die reeds genoemd zijn, enkele naaste collega's en promovendi speciaal noemen. Guido, Birgit, Markus, Mark, Jan, Sjoerd, Sonja, het is een dagelijks plezier om met jullie te werken.

Tot slot, Lieve Silvania, Matthijs en Leticia, het valt soms niet mee met iemand te leven voor wie er geen duidelijke scheidslijn bestaat tussen werk en privéleven. Ik werk voor mijn plezier en ideeën komen op de vreemdste momenten. Maar daarom houd ik natuurlijk niet minder van jullie allemaal. Ik dank jullie voor alle liefde!

Ik heb gezegd.

---

[1] E. Abbott Abbott, "Flatland. A Romance of Many Dimensions", 1884.

[2] Vrij naar een BBC-interview met Marcus du Sautoy.

[3] R. Jungk, "Brighter Than a Thousand Suns: A Personal History of the Atomic Scientists", p. 22, Harcourt, 1958.

[4] "Fysica voor de Toekomst, Toekomst voor de Fysica", juni 2007; "De Perfecte Chemie tussen Onderwijs en Onderzoek", juni 2007.

[5] A. Verbrugge, *Geschonden Beroepseer*, in: "Beroepszeer: Waarom Nederland Niet Goed Werkt", G. van den Brink, G. Mak, L. Prick (samenstellers), Uitgeverij Boom, 2005.